

Cop. 5. Integrales Múltiplos

5.1. Integrales duplos

$$f: C \subseteq \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$$

$D \subseteq C$, D fechada e limitada

Seja $\mathcal{D}$ uma δ -partição de D

O integral de f em D é definido como "limite" (em um sentido) das somas de Riemann de f no conjunto D , e a notação para este integral é:

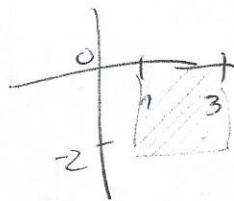
$$\iint_D f(x,y) dA_{xy}$$

2. $\iint_D 1 dA_{xy}$ área de D

3. se $f(x,y) \geq 0 \quad \forall (x,y) \in D$, então $\iint_D f(x,y) dA_{xy}$ é igual ao volume do cilindro cuja base é D e cujo topo é o gráfico.

4. Monotonias

Exemplo: $f(x,y) = 1 + 2x^2y$ e volume $[1,3] \times [-2,0]$



$$\iint_R (1 + 2x^2y) dA_{xy} = \int_1^3 \left(\int_{-2}^0 (1 + 2x^2y) dy \right) dx =$$

$$= \int_1^3 \left[y + 2x^2 \frac{y^2}{2} \right]_{-2}^0 dx = \int_1^3 \left[y + x^2 y^2 \right]_{-2}^0 dx =$$

$$= \int_1^3 (2 - 4x^2) dx = \left[2x - \frac{4}{3}x^3 \right]_1^3 = 0 + 9 - (-2 + (-2)^2 \cdot 2) = 9 - 6 = 3$$