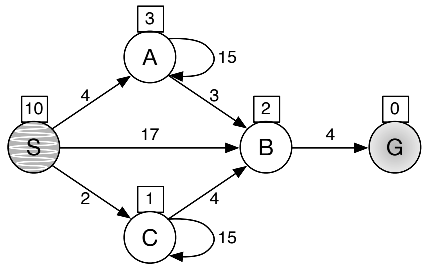
Inteligência Artificial – 2019/20

9/Janeiro/20 — 9:00 — Duração: 3h

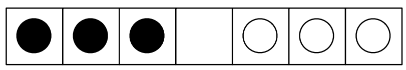
Exame de Recurso
– Com consulta limitada –

I) [4val] Considere o seguinte grafo de estados de um problema de procura. Os valores apresentados nos arcos correspondem ao custo do operador (ação) respectivo, enquanto os valores nos rectângulos correspondem ao valor de uma heurística (estimativa do custo de chegar desse estado ao objectivo). Não se representam os nomes dos operadores, correspondendo cada arco a um operador distinto. Em todos os algoritmos cegos e em caso de empate nos algoritmos informados, quando um nó é expandido, assuma que os seus sucessores são sempre colocados na fronteira por ordem alfabética do nome do nó, de forma a que o nó mais próximo do início do alfabeto seja selecionado antes dos seus irmãos. Pretende-se encontrar um caminho desde o estado S até G.



a) Caracterize a heurística quanto à admissibilidade e consistência, justificando a sua resposta.
b) Considere os algoritmos de procura em profundidade primeiro (em árvore), procura em profundidade primeiro (em grafos), procura por aprofundamento progressivo, procura de custo uniforme (em grafos), procura sôfrega (em grafos) e A* (em grafos, na versão mais eficiente do algoritmo que garante a obtenção da solução óptima dadas as características da heurística). Para cada um dos algoritmos, indicar:
   - Qual o caminho encontrado pelo algoritmo
   - Quais os nós que são retirados da fronteira (para serem testados e/ou expandidos), pela ordem pela qual foram retirados da fronteira.
c) Na procura usando o algoritmo A*, porque é que poderemos preferir usar uma heurística que resulta na expansão de mais nós do que uma que resulta na expansão de menos nós? Seja conciso na resposta.

II) [1,5val] Considere o seguinte jogo com um tabuleiro com 7 casas e 6 peças – 3 brancas e 3 pretas – inicialmente dispostas de acordo com a figura ao lado.



O objectivo é ter todas as peças brancas à esquerda das peças pretas, não sendo importante a posição da casa vazia. O jogo tem as seguintes duas jogadas legais com custos associados:

- Uma peça pode mover-se para uma casa adjacente vazia. Esta ação tem um custo unitário.
- Uma peça pode saltar por cima de uma ou duas peças para uma casa vazia. Esta ação tem um custo igual ao número de peças por cima das quais foi dado o salto.

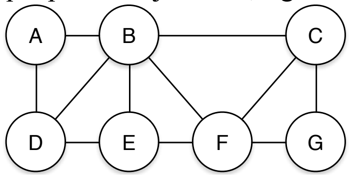
[Nota: Nas seguintes perguntas, uma resposta Sim/Não errada desconta o valor de uma resposta correta. A pergunta tem uma cotação mínima de 0 valores.].

a) Qual o factor de ramificação?
b) O espaço de estados tem ciclos? (Sim/Não)
c) Neste problema, o algoritmo de pesquisa em largura primeiro (optimizado) é óptimo? (Sim/Não)
d) Neste problema, o algoritmo de procura de custo uniforme (em grafos) é óptimo? (Sim/Não)
e) Considere a função heurística $h_1(n)$="número de peças pretas à esquerda da peça branca mais à esquerda". Esta heurística é admissível? (Sim/Não)
f) Considere a função heurística $h_2(n)$="número de peças pretas à esquerda da peça branca mais à direita". Esta heurística é admissível? (Sim/Não)
g) Considere a função heurística $h_3(n)$="número de peças pretas à esquerda da peça branca mais à direita mais o número de peças brancas à direita da peça preta mais à esquerda". Esta heurística é admissível? (Sim/Não)
h) Considere a função heurística $h_4(n)=h_3/2$. Esta heurística é admissível? (Sim/Não)

III) [1,5val] Indique todos os modelos estáveis de cada um dos seguintes programas em lógica normais (P_1 e P_2):

```
P1    r :- ~s.           P2    a :- ~b.      c :- ~d, ~e.     x :- ~a.
      p :- ~q, r.              b :- ~a.      d :- ~c, ~e.     x :- e.
      q :- ~p, ~s.             y :- x, ~y.   e :- ~c, ~d.     x :- a, c.
```

IV) [2val] Considere o seguinte grafo de restrições, representando um mapa que pretendemos colorir com três cores (R)osa, (V)ermelha e (P)úrpura, de modo a que países adjacentes, ligados por um arco, não tenham a mesma cor.



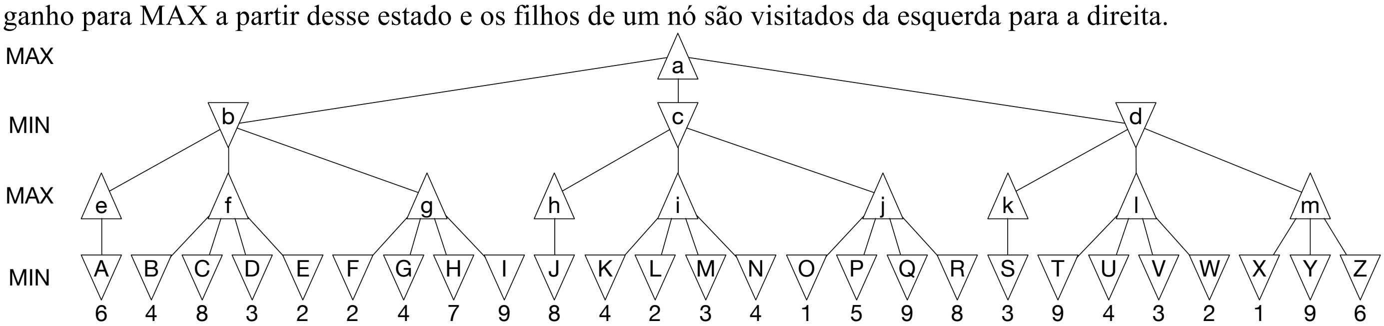
a) Assumindo que à variável F já foi atribuída a cor Rosa, aplique o algoritmo de Verificação para a Frente (Forward Checking) e elimine (na folha de resposta) as cores que seriam descartadas para as restantes variáveis.
b) Assumindo que à variável F já foi atribuída a cor Rosa e à variável B a cor Vermelha e que não foi efectuada propagação de restrições, aplique o algoritmo de Consistência de Arcos (AC-3) e elimine (na folha de resposta) as cores que seriam descartadas para as restantes variáveis.
c) Considere os seguintes domínios possíveis, obtidos após seleção da variável D e atribuição da cor Rosa, seguida da propagação de restrições. Das restantes variáveis, quais seriam selecionadas pela heurística da variável mais constrangedora para serem consideradas a seguir?

A	B	C	D	E	F	G
V P	V P	R V P	R	V P	R V P	R V P

d) Considere o seguinte conjunto inconsistente de atribuições. A variável B acabou de ser escolhida para lhe ser atribuída uma cor durante a execução de um algoritmo de procura local para encontrar uma atribuição completa e consistente. Que cor iria ser atribuída a B de acordo com a heurística min-conflitos?

A	B	C	D	E	F	G
V		R	R	V	R	P

V) [3val] Considere a árvore de jogo de dois jogadores (MAX e MIN), onde os valores nas folhas são estimativas do ganho para MAX a partir desse estado e os filhos de um nó são visitados da esquerda para a direita.

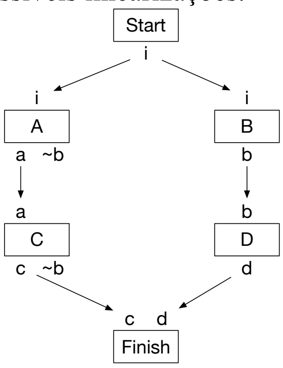


a) Calcule o valor MINIMAX de cada nó não terminal e indique qual o movimento que MAX deverá escolher.
b) Assumindo que a árvore é percorrida da esquerda para a direita, indique quais os nós terminais que nunca chegariam a ser visitados pelo algoritmo de procura α−β.
c) Ignore os valores nas folhas. Existe algum conjunto de valores a atribuir às folhas de forma a que o algoritmo de procura α−β efetuasse os seguintes cortes (responda SIM/NÃO em cada caso):
   i. No arco de f para C.   ii. No arco de g para I.   iii. No arco de c para h.
d) Considere agora que os nós e, f, g, h, i, j, k, l e m da árvore da figura são nós estocásticos (CHANCE) onde cada sucessor é equiprovável. Calcule o valor EXPECTEDMINIMAX dos nós a, b, c e d.

VI) [4val] Sobre os clientes de uma clínica dentária sabe-se que 25% dos homens são fumadores enquanto 20% das mulheres são fumadoras. Adicionalmente, 60% das mulheres lavam os dentes todos os dias, mas apenas 40% no caso dos homens. Sabe-se ainda que todos os fumadores bem como todos os clientes que não lavam os dentes sofrem de halitose (mau hálito); dos restantes clientes, apenas 10% sofre de halitose. Os clientes de sexo feminino que lavam os dentes têm cáries em cerca de 20% das situações, mas os homens que lavam os dentes só em 10% dos casos é que têm cáries; todos os clientes que não lavam os dentes têm cáries. Assuma uma distribuição equiprovável para todos os casos não descritos.

a) Modele a situação anterior com uma rede de Bayes, indicando as variáveis aleatórias, seus domínios, topologia da rede e tabela de probabilidade condicionada.
b) Calcule a probabilidade de um cliente ser mulher, não ter cáries nem halitose.
c) Sabendo que um dado cliente tem cáries e não é fumador, é mais provável que seja um homem ou uma mulher? Justifique apresentando os cálculos efectuados.

VII) [1,5val] Considere o plano POP incompleto da figura. Desenhe na folha de respostas todos os planos POP distintos que podem ser obtidos a partir do plano fornecido por resolução de ameaças [Dica: não há mais do que 4 possibilidades]. Para cada plano, indique as possíveis linearizações.



VIII) [2,5val] Considere os seguintes atributos e respectivos valores possíveis:

$$x_1 \in \{S, O, R\} \quad x_2 \in \{H, M, C\} \quad x_3 \in \{N, H\} \quad x_4 \in \{W, S\}$$

e o seguinte conjunto de 14 exemplos a ser usados na construção de uma árvore de decisão usando o algoritmo DTL.

	x_1	x_2	x_3	x_4	Classe
D_1	S	H	*H*	W	–
D_2	S	H	*H*	S	–
D_3	O	H	*H*	W	+
D_4	R	M	*H*	W	+
D_5	R	C	*N*	W	+

	x_1	x_2	x_3	x_4	Classe
D_6	R	C	*N*	S	–
D_7	O	C	*N*	S	+
D_8	S	M	*H*	W	–
D_9	S	C	*N*	W	+
D_{10}	R	M	*N*	W	+

	x_1	x_2	x_3	x_4	Classe
D_{11}	S	M	*N*	S	+
D_{12}	O	M	*H*	S	+
D_{13}	O	H	*N*	W	+
D_{14}	R	M	*H*	S	–

a) Qual o ganho de informação (IG) de cada um dos 4 atributos? Apresente os cálculos.
Os seguintes valores de entropia poderão ajudar:

x	y	$H\left(\frac{x}{y}, 1-\frac{x}{y}\right)$
1	1	0,00
1	2	1,00
1	3	0,92

x	y	$H\left(\frac{x}{y}, 1-\frac{x}{y}\right)$
1	4	0,81
1	5	0,72
1	6	0,65

x	y	$H\left(\frac{x}{y}, 1-\frac{x}{y}\right)$
1	7	0,59
1	8	0,54
2	5	0,97

x	y	$H\left(\frac{x}{y}, 1-\frac{x}{y}\right)$
2	7	0,86
3	7	0,99
3	8	0,95
5	14	0,94

b) Apresente a árvore de decisão induzida pelo algoritmo DTL. Não é necessário apresentar os cálculos realizados. Se necessário, desempate a favor do atributo de menor índice (e.g. x2 vence sobre x3).

IX) [Bónus: até 2val] Considere que o predicado `C(x,y)` significa que a pessoa `x` conhece o facto `y`. Nesta pergunta, pode assumir que o primeiro argumento é uma pessoa e o segundo argumento é um facto. Para cada uma das seguintes frases, escreva a fórmula na linguagem da lógica de primeira ordem que melhor a representa. [Cada resposta errada acarreta um desconto substancial. A pergunta tem uma cotação mínima de 0 valores.].

i. Todas as pessoas conhecem todos os factos.
ii. Todas as pessoas conhecem pelo menos um facto.
iii. Existe uma pessoa que conhece pelo menos um facto.
iv. Existe uma pessoa que conhece todos os factos.
v. Nenhuma pessoa conhece todos os factos.
vi. Existe uma pessoa que não conhece qualquer facto.
vii. Nenhuma pessoa conhece qualquer facto.
viii. Existe um facto conhecido por todas as pessoas.
ix. Existe um facto que nenhuma pessoa conhece.

FIM

Inteligência Artificial – Folha de Respostas

9/Jan/2020 – 9:00 **DI/FCT/UNL, Exame de Recurso, 2019/20, Duração: 3h** **Teste:** cdcbadcb

Nome:	**Número:**

I.a) Admissível: **SIM** Consistente: **NÃO**

Justificação: É admissível por o valor da heurística para cada estado (nó do grafo) não ser superior ao custo menor para chegar ao objectivo, que pode ser verificado diretamente no grafo, dado o seu tamanho reduzido: h(S)=10 < h*(S)=c(S→C→B→G)=10, h(A)=3 < h*(A)=c(A→B→G)=7, h(B)=2 < h*(B)=c(B→G)=4, etc.

Não é consistente pois existem estados n1, n2, ligados por um arco com custo c(n1,n2) tal que h(n1)>c(n1,n2)+h(n2). Por exemplo, se n1=S e n2=C, temos que h(S)=10, c(S,C)=2 e h(C)=1, logo, h(S)>c(S,C)+h(C), pelo que a heurística não é consistente.

I.b) Algoritmo	**Solução**	**Nós Retirados da Fronteira**
Profundidade primeiro (árvore)	**– não termina –**	**S(0)A(4)A(19)A(34)A(49)...**
Profundidade primeiro (grafo)	**SABG**	**S(0)A(4)A(19)B(7)G(11)**
Aprofundamento progressivo	**SBG**	**S(0)S(0)A(4)B(17)C(2)S(0)A(4)A(19)B(7)B(17)G(21)**
Custo uniforme	**SCBG**	**S(0)C(2)A(4)B(6)G(10)**
Sôfrega	**SCBG** ou **SBG**	**S(10)C(1)C(1)B(2)G(0)**
A*	**SCBG**	**S(10)C(3)A(7)B(8)B(9)G(10)**

I.c) Se a heurística que resulta num menor número de nós expandidos não for admissível, podemos preferir usar uma heurística admissível, ainda que resulte num número maior de nós expandidos, para garantir que o algoritmo devolve uma solução óptima.

II.a) 6	**b)** SIM	**c)** NÃO	**d)** SIM	**e)** SIM	**f)** SIM	**g)** NÃO	**h)** SIM

III. P_1

{p,r} e {q,r}

P_2

{a,d}

IVa)

A	B	C	D	E	F	G
R V P	■ V P	■ V P	R V P	■ V P	R	■ V P

b)

A	B	C	D	E	F	G
■ ■ P	V	■ ■ P	R ■ ■	■ ■ P	R	■ V ■

c) Variáveis: **B, F**

d) Cor: **(P)úrpura**

V.a)
a: **6** b: **6** c: **4** d: **3** e: **6** f: **8** g: **9** h: **8** i: **4** j: **9** k: **3** l: **9** m: **9** Movim. de MAX: **B**

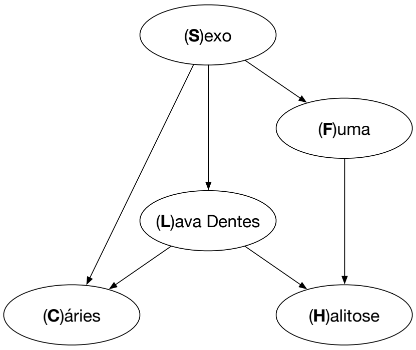
b)
Nós não visitados: **D E I O P Q R T U V W X Y Z**

c)
i: **SIM** ii: **SIM** iii: **NÃO**

d)
a: **4,25** b: **4,25** c: **3,25** d: **3,00**

VI.a) Rede e domínios das variáveis

$S \in \{(f)eminino, (m)asculino\}$
$F \in \{(v)erdadeiro, (f)also\}$
$L \in \{(v)erdadeiro, (f)also\}$
$C \in \{(v)erdadeiro, (f)also\}$
$H \in \{(v)erdadeiro, (f)also\}$



Tabelas de probabilidade Condicionada

P(S=f)	P(S=m)
0,5	0,5

S	P(l|S)	P(¬l|S)
f	0,60	0,40
m	0,40	0,60

S	P(f|S)	P(¬f|S)
f	0,20	0,80
m	0,25	0,75

S	L	P(c|S,L)	P(¬c|S,L)
f	v	0,20	0,80
f	f	1,00	0,00
m	v	0,10	0,90
m	f	1,00	0,00

F	L	P(h|F,L)	P(¬h|F,L)
v	v	1,00	0,00
v	f	1,00	0,00
f	v	0,10	0,90
f	f	1,00	0,00

VI.b)

$$P(S=f,C=f,H=f) = P(S=f,\neg c,\neg h) = \sum_L \sum_F P(S=f,\neg c,\neg h,F,L) =$$
$$= \sum_L \sum_F P(S=f)P(F \mid S=f)P(L \mid S=f)P(\neg c \mid S=f,L)P(\neg h \mid L,F) =$$
$$= P(S=f)\sum_L P(L \mid S=f)P(\neg c \mid S=f,L)\sum_F P(F \mid S=f)P(\neg h \mid L,F) =$$
$$= 0{,}5 \cdot \left[0{,}6 \cdot 0{,}8 \cdot \left[(0{,}2 \cdot 0)+(0{,}8 \cdot 0{,}9)\right] + 0{,}4 \cdot 0 \cdot \left[(0{,}2 \cdot 0)+(0{,}8 \cdot 0)\right]\right] =$$
$$= 0{,}5 \cdot \left[0{,}6 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}72 + 0{,}4 \cdot 0 \cdot 0\right] = 0{,}1728 = 17{,}28\%$$

VI.c)

Sabendo que um cliente tem cáries e não é fumador, a probabilidade de ser um homem é de 53,57% enquanto que a probabilidade de ser uma mulher é de 46,43%. Logo, é mais provável que seja um homem. Cálculos:

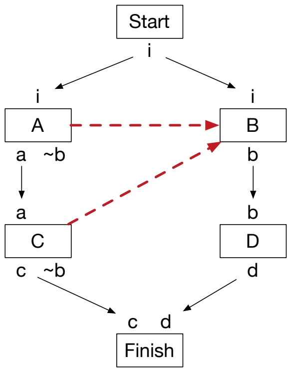
$$\mathbf{P}(S \mid C=v,F=f) = \mathbf{P}(S \mid c,\neg f) = \alpha \mathbf{P}(S,c,\neg f) = \alpha \sum_L \sum_H \mathbf{P}(S,c,\neg f,L,H)$$

$$\sum_L \sum_H \mathbf{P}(S,c,\neg f,L,H) =$$
$$= \sum_L \sum_H \mathbf{P}(S)\mathbf{P}(\neg f \mid S)\mathbf{P}(L \mid S)\mathbf{P}(c \mid S,L)P(H \mid L,\neg f) =$$
$$= \mathbf{P}(S)\mathbf{P}(\neg f \mid S)\sum_L \mathbf{P}(L \mid S)\mathbf{P}(c \mid S,L)\sum_H P(H \mid L,\neg f) =$$
$$= \mathbf{P}(S)\mathbf{P}(\neg f \mid S)\sum_L \mathbf{P}(L \mid S)\mathbf{P}(c \mid S,L)$$

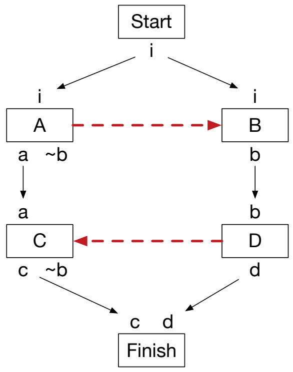
$$S=f: \quad 0{,}5 \cdot 0{,}8 \cdot \left[(0{,}6 \cdot 0{,}2)+(0{,}4 \cdot 1)\right] = 0{,}208$$
$$S=m: \quad 0{,}5 \cdot 0{,}75 \cdot \left[(0{,}4 \cdot 0{,}1)+(0{,}6 \cdot 1)\right] = 0{,}240$$
$$P(S=f \mid c,\neg f) = \frac{0{,}208}{0{,}208+0{,}240} \approx 0{,}4643 \approx 46{,}43\%$$
$$P(S=m \mid c,\neg f) = \frac{0{,}240}{0{,}208+0{,}240} \approx 0{,}5357 \approx 53{,}57\%$$

Nome:	**Número:**

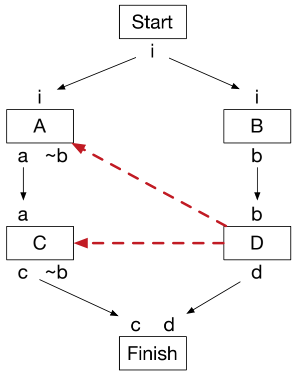
VII.



Linearizações:
A→C→B→D



Linearizações:
A→B→D→C



Linearizações:
B→D→A→C

VIII.a) $IG(x_1) = \mathbf{0{,}247}$ $\quad IG(x_2) = \mathbf{0{,}029}$ $\quad IG(x_3) = \mathbf{0{,}150}$ $\quad IG(x_4) = \mathbf{0{,}049}$

Cálculos:

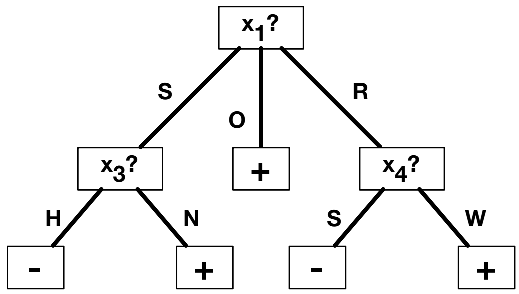
$$IG(x_1) = H\left(\frac{5}{14}, \frac{9}{14}\right) - \left[\frac{5}{14} \cdot H\left(\frac{2}{5}, \frac{3}{5}\right) + \frac{4}{14} \cdot H\left(\frac{0}{4}, \frac{4}{4}\right) + \frac{5}{14} \cdot H\left(\frac{2}{5}, \frac{3}{5}\right)\right] = 0{,}94 - \left(\frac{5}{14} \cdot 0{,}97 + \frac{4}{14} \cdot 0 + \frac{5}{14} \cdot 0{,}97\right) = 0{,}247$$

$$IG(x_2) = H\left(\frac{5}{14}, \frac{9}{14}\right) - \left[\frac{4}{14} \cdot H\left(\frac{2}{4}, \frac{2}{4}\right) + \frac{6}{14} \cdot H\left(\frac{2}{6}, \frac{4}{6}\right) + \frac{4}{14} \cdot H\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)\right] = 0{,}94 - \left(\frac{4}{14} \cdot 1 + \frac{6}{14} \cdot 0{,}92 + \frac{4}{14} \cdot 0{,}81\right) = 0{,}029$$

$$IG(x_3) = H\left(\frac{5}{14}, \frac{9}{14}\right) - \left[\frac{7}{14} \cdot H\left(\frac{1}{7}, \frac{6}{7}\right) + \frac{7}{14} \cdot H\left(\frac{3}{7}, \frac{4}{7}\right)\right] = 0{,}94 - \left(\frac{7}{14} \cdot 0{,}59 + \frac{7}{14} \cdot 0{,}99\right) = 0{,}150$$

$$IG(x_4) = H\left(\frac{5}{14}, \frac{9}{14}\right) - \left[\frac{8}{14} \cdot H\left(\frac{2}{8}, \frac{6}{8}\right) + \frac{6}{14} \cdot H\left(\frac{3}{6}, \frac{3}{6}\right)\right] = 0{,}94 - \left(\frac{8}{14} \cdot 0{,}81 + \frac{6}{14} \cdot 1\right) = 0{,}049$$

VIII.b)



IX. i. $\forall x \forall y\ C(x,y)$	**iv.** $\exists x \forall y\ C(x,y)$	**vii.** $\neg\exists x \exists y\ C(x,y)$
ii. $\forall x \exists y\ C(x,y)$	**v.** $\neg\exists x \forall y\ C(x,y)$	**viii.** $\exists y \forall x\ C(x,y)$
iii. $\exists x \exists y\ C(x,y)$	**vi.** $\exists x \forall y\ \neg C(x,y)$	**ix.** $\exists y \forall x\ \neg C(x,y)$