Inteligência Artificial – 2018/19

12/Dezembro/18 — 14:00 — Duração: 2h

2º Teste
– Com consulta limitada –

I) [5val] Quando chegou a casa vinda do centro comercial, a Carlota estava a descrever à sua amiga Felismina os quatro pares de calçado que tinha comprado: umas *sandálias*, uns *sapatos*, uns *ténis* e umas *botas*. Ao tentar contar à amiga onde tinha comprado cada par de calçado, reparou que já não se lembrava em qual de cada uma das quatro lojas tinha comprado cada par de calçado. Sabia que tinha comprado calçado na *Quinta dos Sapatos*, na *Saltos Altos*, na *Palácio do Calçado* e na *Loja da Tia Amélia*, e lembrava-se que tinha pago cada par de calçado com *dinheiro*, com o seu cartão *Visa* ou com o seu cartão *MasterCard*. Lembrava-se ainda das seguintes pistas:

1. Comprou os *sapatos* na *Saltos Altos*.
2. A loja que visitou após ter comprado os *ténis* não foi a *Loja da Tia Amélia*.
3. A *Quinta dos Sapatos* foi a sua segunda paragem.
4. Duas paragens após sair da *Palácio do Calçado*, comprou as *botas*.

Recorrendo à programação por conjuntos de resposta, deverá produzir parte de um programa, para o CLINGO, que permita ajudar a Carlota. Considere o seguinte programa, capturando alguma da informação enunciada:

```
calçado(sandálias).   calçado(sapatos).  calçado(ténis).     calçado(botas).
loja(quintaS).        loja(saltosA).     loja(palacioC).     loja(tiaAmelia).
pagamento(dinheiro).  pagamento(visa).   pagamento(masterC). ordem(1..4).
1{compra(C,L,O):loja(L),ordem(O)}1:- calçado(C).
```

a) Quantos modelos estáveis (conjuntos de resposta) são obtidos com o programa anterior? Indique, sumariamente, como obteve esse valor.

b) Para cada uma das seguintes restrições de integridade, indique se é ou não necessário adicioná-la ao programa, explicando porquê.

   i. `:- calçado(C1), calçado(C2), loja(L), ordem(O1), ordem(O2), C1!=C2, compra(C1,L,O1), compra(C2,L,O2).`

   ii. `:- calçado(C1), calçado(C2), loja(L1), loja(L2), ordem(O), C1!=C2, compra(C1,L1,O), compra(C2,L2,O).`

   iii. `:- calçado(C), loja(L1), loja(L2), ordem(O1), ordem(O2), L1!=L2, compra(C,L1,O1), compra(C,L2,O2).`

c) Especifique as regras/restrições necessárias para capturar as pistas 1 a 4 do enunciado.

d) Até agora ainda não temos informação sobre o meio de pagamento de cada uma das compras. Especifique as regras/restrições necessárias para que os modelos estáveis resultantes codifiquem o meio de pagamento de cada uma das compras, sabendo que cada uma das compras foi paga com um único meio de pagamento.

e) Assumindo que recorreu a um predicado **`paga(L,P)`** representando que o calçado comprado na loja **`L`** foi pago com o pagamento **`P`**, explique sucintamente o efeito da restrição de integridade representada pelas seguintes 4 regras, e apresente uma fórmula (simples) em lógica de primeira ordem que lhe seja equivalente:

```
:- not r.
r :- pagamento(P), aux1(P).
aux1(P) :- pagamento(P), not aux2(P).
aux2(P) :- loja(L), pagamento(P), not paga(L,P).
```

II) [2val] Seja T a teoria em lógica de primeira ordem formada pelas seguintes duas frases:

$$\forall_x \exists_y [p(x) \Rightarrow (q(y) \vee r(y))] \qquad \forall_z [q(z) \Rightarrow r(z)]$$

Verifique, por resolução, se a frase $p(a) \Rightarrow \exists_w r(w)$ é uma consequência lógica de T, onde a é uma constante.

III) [2val] Sejam **`A`**, **`B`** e **`C`** as seguintes acções na linguagem STRIPS:

Acção: **A**	Acção: **B**	Acção: **C**
Precondições: **p, q**	Precondições: **p**	Precondições:
Efeitos: **r, ~p, ~q**	Efeitos: **q, ~p**	Efeitos: **p**

Apresente um plano de ordem parcial tal como gerado pelo algoritmo POP para atingir o estado final em que **`p`** e **`r`** são verdadeiros, partindo do estado inicial em que apenas **`p`** é verdadeiro.

IV) [6val] Dos passageiros que chegam ao Aeroporto da Portela, 80% são nacionais e os restantes 20% são estrangeiros. Verifica-se que 80% dos passageiros estrangeiros trazem bagagem, enquanto que apenas 60% dos nacionais o fazem. Dos passageiros nacionais, 10% utilizam autocarro como meio de transporte para se deslocarem a partir do aeroporto, independentemente de trazerem bagagem; os passageiros estrangeiros nunca utilizam o autocarro. Quando trazem bagagem, 60% dos passageiros nacionais utilizam táxi e os restantes outro meio de transporte; quando não trazem bagagem, a utilização de táxi por passageiros nacionais sobe para 80%. No caso de passageiros estrangeiros, 90% utiliza táxi independentemente de trazerem bagagem; os restantes 10% utilizam outro meio de transporte. A viagem de autocarro é considerada confortável por 30% dos passageiros, enquanto o transporte por táxi é considerado confortável por 80% dos passageiros. Quando optam por um tipo de transporte que não o autocarro ou o táxi, 90% dos passageiros indica que a viagem é confortável.

a) Modele a situação anterior com uma rede de Bayes, indicando as variáveis aleatórias, seus domínios, topologia da rede e tabela de probabilidade condicionada.
b) Calcule a probabilidade de um passageiro ter utilizado táxi sabendo que não trazia bagagem e que a viagem foi confortável.
c) Calcule a probabilidade de um passageiro ser nacional, ter bagagem e a viagem não ser confortável.

V) [5val] Considere os seguintes atributos e respectivos valores possíveis:

$$x_1 \in \{A,B,C\} \quad x_2 \in \{Y,N\} \quad x_3 \in \{K,R,S\}$$

e o seguinte conjunto de 14 exemplos a ser usados na construção de uma árvore de decisão usando o algoritmo DTL.

	x_1	x_2	x_3	Classe
D_1	A	Y	K	–
D_2	A	N	R	–
D_3	A	Y	R	–
D_4	B	Y	K	–
D_5	B	Y	K	–

	x_1	x_2	x_3	Classe
D_6	B	Y	K	–
D_7	B	N	R	–
D_8	C	N	R	–
D_9	A	Y	K	+
D_{10}	A	Y	K	+

	x_1	x_2	x_3	Classe
D_{11}	B	N	K	+
D_{12}	B	N	K	+
D_{13}	B	N	K	+
D_{14}	C	N	K	+

a) Qual o ganho de informação (IG) de cada um dos 3 atributos? Apresente os cálculos.
Os seguintes valores de entropia poderão ajudar:

x	y	$H\left(\frac{x}{y},1-\frac{x}{y}\right)$
1	1	0,00
1	2	1,00
1	3	0,92

x	y	$H\left(\frac{x}{y},1-\frac{x}{y}\right)$
1	4	0,81
1	5	0,72
1	6	0,65

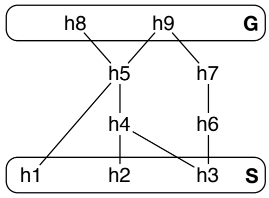
x	y	$H\left(\frac{x}{y},1-\frac{x}{y}\right)$
1	7	0,59
1	8	0,54
2	5	0,97

x	y	$H\left(\frac{x}{y},1-\frac{x}{y}\right)$
2	7	0,86
3	7	0,99
3	8	0,95

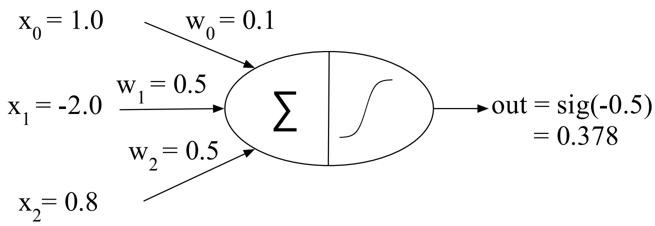
b) Qual o atributo a ser escolhido como raiz da árvore? Justifique.
Se necessário, desempate a favor do atributo de menor índice (e.g. x_2 vence sobre x_3).
c) Apresente a árvore de decisão induzida pelo algoritmo DTL. Justifique apresentando os cálculos efectuados.
d) Como é que a sua árvore de decisão classificaria o seguinte exemplo?

	x_1	x_2	x_3
D_{15}	A	N	S

VI) [Bónus: até 1val] Sejam $\boldsymbol{S} = \{h1, h2, h3\}$ e $\boldsymbol{G} = \{h8, h9\}$ a fronteira mais específica e a fronteira mais geral, respectivamente, numa iteração do algoritmo de eliminação de candidatos. A ordenação parcial entre as hipóteses remanescentes é ilustrada na figura à direita. Considere um novo exemplo de treino positivo d consistente com as hipóteses $h1, h4, h5, h6$ e $h8$, sendo inconsistente com as restantes. Indique as novas fronteiras $\boldsymbol{S}$ e $\boldsymbol{G}$ após o tratamento do exemplo d pelo algoritmo de eliminação de candidatos.



VII) [Bónus: até 1val] O perceptrão da figura pertence a uma rede mono-camada com função de ativação sigmoide. Para o exemplo de treino $x_0 = 1.0$, $x_1 = -2.0$, $x_2 = 0.8$, o valor de saída deveria ser $y = 0.8$. Sabendo que o ritmo de aprendizagem α tem o valor 0.1, indique qual o valor do peso w_1 após actualização com a regra delta. Apresente os cálculos efectuados.



Inteligência Artificial – Folha de Respostas

12/Dez/2018 – 14:00 **DI/FCT/UNL, 2º Teste, 2018/19, Duração: 2h** **Teste:** bdbadcb

Nome:	**Número:**

I.a) O programa tem **65536** modelos estáveis. A regra que gera os modelos estáveis indica que cada par de sapatos pode ter sido comprado numa de 4 lojas e numa de 4 posições, ou seja, numa de 16 combinações possíveis. Como há 4 pares de sapatos a considerar, temos $\mathbf{16^4}$ modelos estáveis i.e. 65536.

I.b) i. Necessária? **Sim** ii. Necessária? **Sim** iii. Necessária? **Não**

Justificações:

i. É necessária pois impede a existência de conjuntos de resposta onde dois pares de calçado distintos sejam comprados na mesma loja, que seriam gerados pela regra (geradora) dada no enunciado.

ii. É necessária pois impede a existência de conjuntos de resposta onde dois pares de calçado distintos sejam comprados ao mesmo tempo, que seriam gerados pela regra (geradora) dada no enunciado.

iii. Não é necessária pois a restrição impede que um par de calçado seja comprado em duas lojas diferentes, o que já é impedido pela regra (geradora) dada no enunciado.

I.c)

Pista 1
```
ic1 :- ordem(O), compra(sapatos,saltosA,O).
    :- not ic1.
```
Pista 2
```
    :- loja(L), ordem(O), calçado(C),
       compra(ténis,L,O), compra(C,tiaAmelia,O+1).
```
Pista 3
```
ic3 :- calçado(C), compra(C,quintaS,2).
    :- not ic3.
```
Pista 4
```
ic4 :- calçado(C), loja(L), ordem(O),
       compra(C,palácioC,O), compra(botas,L,O+2).
    :- not ic4.
```

I.d)
```
1{paga(L,P): pagamento(P)}1 :- loja(L).
```

I.e)

Fórmula: $\exists_x \left[pagamento(x) \land \forall_y [loja(y) \Rightarrow paga(y,x)]\right]$

Explicação: **aux2** é verdadeiro para um dado pagamento P quando esse pagamento não foi usado nalguma loja. **aux1** é verdadeiro quando **aux2** é falso, ou seja, quando um dado pagamento é usado em todas as lojas. O átomo **r** é verdadeiro quando existe algum pagamento para o qual **aux1** seja verdadeiro i.e. **r** é verdadeiro quando algum pagamento foi usado em todas as lojas. A primeira regra (restrição de integridade) impede que **r** seja falso i.e. obriga a que **r** seja verdadeiro i.e. obriga a que exista um método de pagamento (x na fórmula) que seja usado em todas as lojas (y na fórmula).

II. É consequência? **Sim**

Verificação: Transformando as formulas iniciais e a negação da consulta $\neg(p(a) \Rightarrow \exists_w r(w))$ em:

$$\forall x \exists y[\neg p(x) \vee q(y) \vee r(y)]$$
$$\forall_z[\neg q(z) \vee r(z)]$$
$$p(a) \wedge \forall_w \neg r(w)$$

skolemizando:

$$\forall x[\neg p(x) \vee q(f(x)) \vee r(f(x))] \ \ (por\ skolemização)$$
$$\forall_z[\neg q(z) \vee r(z)]$$
$$p(a) \wedge \forall_w \neg r(w)$$

e, por fim, eliminando os quantificadores universais, obtemos as seguintes cláusulas:

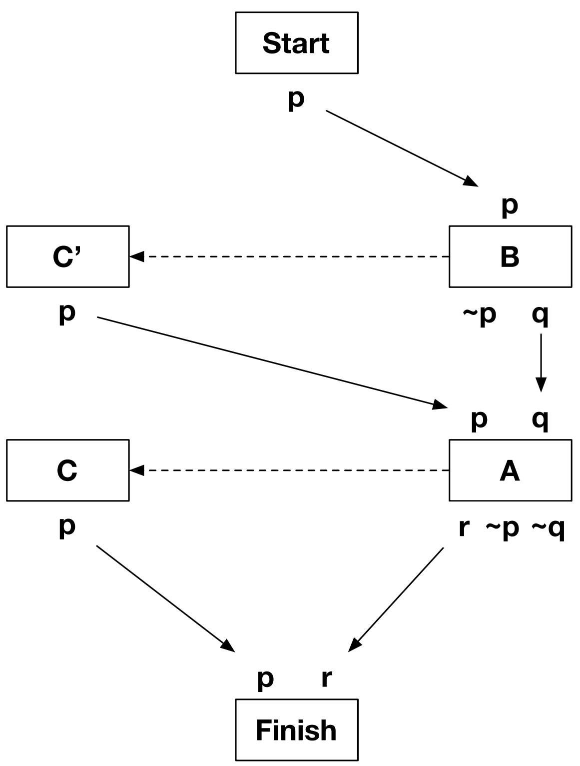
1. $[\neg p(x), q(f(x)), r(f(x))]$
2. $[\neg q(z), r(z)]$
3. $[p(a)]$
4. $[\neg r(w)]$

Prova por resolução:

5. $[q(f(a)), r(f(a))]$ $\quad (res)\ 1. e\ 3. com\ x = a,$
6. $[r(f(a))]$ $\quad (res)\ 2. e\ 5. com\ z = f(a),$
7. $[\ \ ]$ $\quad (res)\ 4. e\ 6. com\ w = f(a)$

Como derivámos a cláusula vazia, podemos concluir que $p(a) \Rightarrow \exists_w r(w)$ é uma consequência lógica das duas formulas dadas.

III.



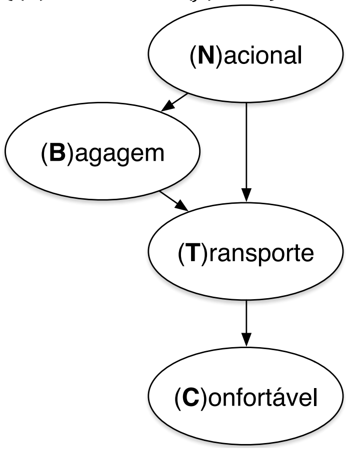
Restrições de Ordenação:

```
Start < Finish
Start < C
C < Finish
Start < A
A < Finish
A < C
Start < B
B < Finish
B < A
Start < C′
C′ < Finish
C′ < A
B < C′
```

C′ representa outra instancia da ação **C**, com uma designação diferente para permitir a sua distinção nas restrições de ordenação.

IV.a) Rede e domínios das variáveis

$N \in \{(v)erdadeiro, (f)also\}$
$B \in \{(v)erdadeiro, (f)also\}$
$T \in \{(a)utoc, (t)axi, (o)utro\}$
$C \in \{(v)erdadeiro, (f)also\}$



Tabelas de probabilidade Condicionada

P(n)	P(¬n)
0,8	0,2

N	P(b|N)	P(¬b|N)
v	0,6	0,4
f	0,8	0,2

N	B	P(a|N,B)	P(t|N,B)	P(o|N,B)
v	v	0,1	0,6	0,3
v	f	0,1	0,8	0,1
f	v	0	0,9	0,1
f	f	0	0,9	0,1

T	P(c|T)	P(¬c|T)
a	0,3	0,7
t	0,8	0,2
o	0,9	0,1

IV.b)

$$P(T=t \mid B=f, C=v) = P(T=t \mid \neg b, c) =$$
$$= \alpha P(T=t, \neg b, c) = \alpha \sum_N P(T=t, \neg b, c, N)$$

$$\sum_N \mathbf{P}(T, \neg b, c, N) =$$
$$= \sum_N \mathbf{P}(N) \cdot \mathbf{P}(\neg b \mid N) \cdot \mathbf{P}(T \mid \neg b, N) \cdot P(c \mid T) =$$
$$= P(c \mid T) \cdot \sum_N \mathbf{P}(N) \cdot \mathbf{P}(\neg b \mid N) \cdot \mathbf{P}(T \mid \neg b, N)$$

$$T = a: \quad 0{,}3 \cdot \left[(0{,}8 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}1) + (0{,}2 \cdot 0{,}2 \cdot 0) \right] = 0{,}0096$$
$$T = t: \quad 0{,}8 \cdot \left[(0{,}8 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}8) + (0{,}2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}9) \right] = 0{,}2336$$
$$T = o: \quad 0{,}9 \cdot \left[(0{,}8 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}1) + (0{,}2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}1) \right] = 0{,}0324$$
$$P(T=t \mid \neg b, c) = \frac{0{,}2336}{0{,}0096 + 0{,}2336 + 0{,}0324} \approx 0{,}8476 \approx 84{,}76\%$$

IV.c)

$$P(N=v, B=v, C=f) = P(n, b, \neg c) =$$
$$= \sum_T P(n, b, \neg c, T) =$$
$$= \sum_T P(n) P(b \mid n) P(T \mid b, n) P(\neg c \mid T) =$$
$$= P(n) P(b \mid n) \sum_T P(T \mid b, n) P(\neg c \mid T) =$$
$$= 0{,}8 \cdot 0{,}6 \cdot \left[(0{,}1 \cdot 0{,}7) + (0{,}6 \cdot 0{,}2) + (0{,}3 \cdot 0{,}1) \right] =$$
$$= 0{,}1056 = 10{,}56\%$$

Nome:	**Número:**

V.a) $IG(x_1) = 0{,}006$ $IG(x_2) = 0{,}065$ $IG(x_3) = 0{,}297$

Cálculos:

$$IG(x_1) = H\left(\frac{6}{14},\frac{8}{14}\right) - \left[\frac{5}{14}\cdot H\left(\frac{2}{5},\frac{3}{5}\right) + \frac{7}{14}\cdot H\left(\frac{3}{7},\frac{4}{7}\right) + \frac{2}{14}\cdot H\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)\right] =$$

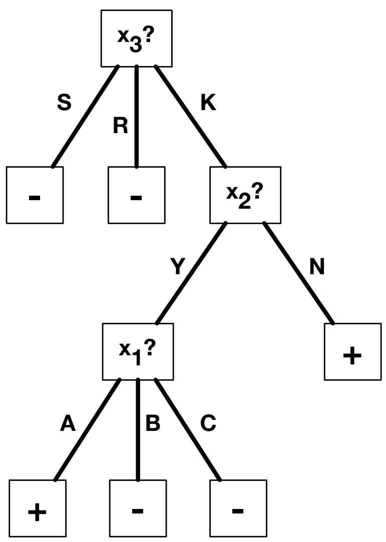
$$= 0{,}99 - \left(\frac{5}{14}\cdot 0{,}97 + \frac{7}{14}\cdot 0{,}99 + \frac{2}{14}\cdot 1\right) = 0{,}006$$

$$IG(x_2) = H\left(\frac{6}{14},\frac{8}{14}\right) - \left[\frac{7}{14}\cdot H\left(\frac{2}{7},\frac{5}{7}\right) + \frac{7}{14}\cdot H\left(\frac{3}{7},\frac{4}{7}\right)\right] = 0{,}99 - \left(\frac{1}{2}\cdot 0{,}86 + \frac{1}{2}\cdot 0{,}99\right) = 0{,}065$$

$$IG(x_3) = H\left(\frac{6}{14},\frac{8}{14}\right) - \left[\frac{10}{14}\cdot H\left(\frac{4}{10},\frac{6}{10}\right) + \frac{4}{14}\cdot H\left(\frac{0}{4},\frac{4}{4}\right)\right] = 0{,}99 - \left(\frac{5}{7}\cdot 0{,}97 + \frac{2}{7}\cdot 0\right) = 0{,}297$$

V.b) Atributo: x_3
Justificação: Por ser o atributo que apresenta maior ganho de informação.

V.c) Árvore:



Cálculos (e explicação):
Com x_3=R, todos os exemplos são classificados com "-" pelo que o nó é terminal. Com x_3=S, não há exemplos, pelo que o nó é terminal com valor igual à moda do conjunto de exemplos do nó (pai) x_3 i.e. "-". Com x_3=K temos os seguintes exemplos (módulo x_3), a serem usados na escolha do atributo (x_1 ou x_2) do próximo nó:

	x_1	x_2	C
D_1	**A**	**Y**	−
D_4	**B**	**Y**	−
D_5	**B**	**Y**	−

	x_1	x_2	C
D_6	**B**	**Y**	−
D_9	**A**	**Y**	+
D_{10}	**A**	**Y**	+

	x_1	x_2	C
D_{11}	**B**	**N**	+
D_{12}	**B**	**N**	+
D_{13}	**B**	**N**	+
D_{14}	**C**	**N**	+

$$IG(x_1) = H\left(\frac{6}{10},\frac{4}{10}\right) - \left[\frac{3}{10}\cdot H\left(\frac{2}{3},\frac{1}{3}\right) + \frac{6}{10}\cdot H\left(\frac{3}{6},\frac{3}{6}\right) + \frac{1}{10}\cdot H\left(\frac{1}{1},\frac{0}{1}\right)\right] = 0{,}094$$

$$IG(x_2) = H\left(\frac{6}{10},\frac{4}{10}\right) - \left[\frac{6}{10}\cdot H\left(\frac{2}{6},\frac{4}{6}\right) + \frac{4}{10}\cdot H\left(\frac{4}{4},\frac{0}{4}\right)\right] = 0{,}418$$

Escolhe-se x_2, por ter maior ganho de informação. Com x_2=N todos os exemplos são classificados com "+" pelo que o nó é terminal. No caso de x_2=Y, é necessário testar o último atributo, x_1. Nesse teste, no caso de x_1=A, nem todos os exemplos concordam, mas como não há mais atributos, o nó é terminal com valor igual à moda i.e. "+". Com x_1=B todos os exemplos são classificados com "-" pelo que o nó é terminal. Com x_1=C não há exemplos pelo que o nó é terminal com valor igual à moda do conjunto de exemplos do nó (pai) x_2 i.e. "-".

V.d) Classificação: **−**

VI. $\boldsymbol{S} = \{h_1, h_4\}$ $\boldsymbol{G} = \{h_8\}$

VII. $w_1 = 0{,}4802$
Cálculos:

$$\Delta = out\cdot(1-out)\cdot Err = 0{,}378\cdot(1-0{,}378)\cdot(0{,}8-0{,}378) = 0{,}0992$$
$$\Delta w_1 = \alpha\cdot\Delta\cdot x_1 = 0{,}1\cdot 0{,}099\cdot(-2{,}0) = -0{,}0198$$
$$w_1 \leftarrow w_1 + \Delta w_1$$
$$w_1 \leftarrow 0{,}4802$$