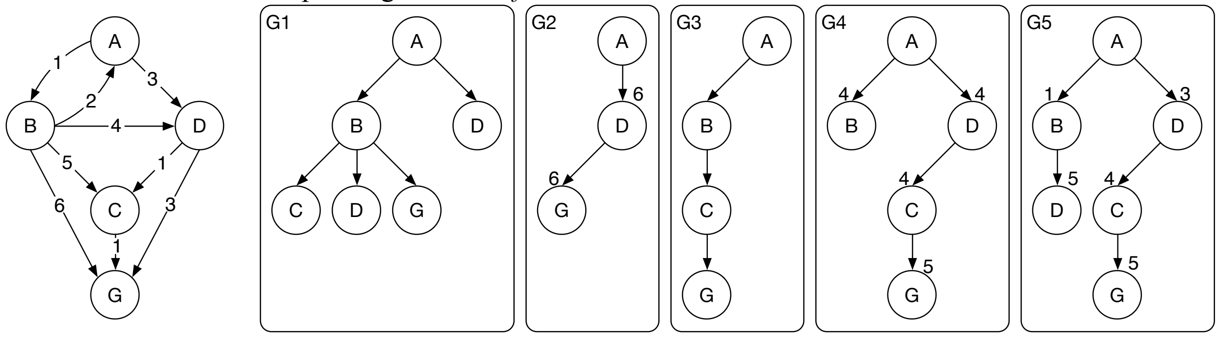
Inteligência Artificial – 2017/18

19/Janeiro/18 — 13:00 — Duração: 3h

Exame de Recurso
– Com consulta limitada –

I) [4val] Considere o grafo de estados de um problema de procura abaixo (à esquerda, na imagem), onde os valores apresentados nos arcos correspondem ao custo do operador (ação) respectivo. Cada uma das árvores (G1 a G5) foi gerada através de um algoritmo de procura em grafos aplicado ao problema dado, com o objectivo de chegar ao estado G a partir do estado A (quando necessário, assuma que os filhos de um nó são visitados por ordem alfabética do nome do nó). Em cada árvore estão apenas representados os nós que foram expandidos. Os números junto dos nós indicam o valor relevante usado pelo algoritmo na *fronteira*.



a) Para cada árvore, indique com qual dos seguintes algoritmos foi gerada: procura em profundidade primeiro, procura em largura primeiro, procura de custo uniforme, procura sôfrega, A*. Nota: um dado algoritmo pode ter sido usado mais do que uma vez, ou não ter sido usado.

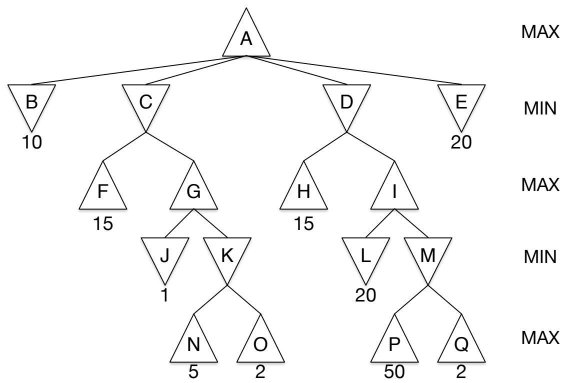
b) Para cada árvore, se o algoritmo usou uma função heurística para a gerar, indique qual das seguintes foi usada:

$$H_1 = \{h(A) = 3, h(B) = 6, h(C) = 4, h(D) = 3, h(G) = 0\}$$
$$H_2 = \{h(A) = 3, h(B) = 3, h(C) = 0, h(D) = 1, h(G) = 0\}$$

c) Para cada caso, indique se o resultado é óptimo (assumindo que se pretende minimizar a soma do custo dos operadores). Se não for óptimo, indique porque é que o algoritmo encontrou um caminho sub-óptimo.

d) Em geral, quando é que o algoritmo de procura em profundidade primeiro é uma melhor escolha do que o A*? Descreva qualitativamente a condição genérica, em vez de indicar exemplos específicos.

II) [4val] Considere a árvore de jogo de dois jogadores (MAX e MIN), onde os valores nas folhas são estimativas do ganho para MAX a partir desse estado.



a) Calcule o valor minimax de cada nó (não terminal) e indique qual o movimento que MAX deverá escolher.

b) Assumindo que a árvore é percorrida da esquerda para a direita, quais os nós que nunca chegariam a ser visitados pelo algoritmo de procura α−β.

c) Existe alguma ordenação dos nós filhos da raiz que resultasse em mais cortes por parte do algoritmo de procura α−β? Se houver, indique essa ordem.

d) Suponha que tem uma função *h* que permite estimar o valor minimax de cada nó. Proponha um método genérico para ordenar os nós de uma árvore de modo a aumentar a possibilidade de cortes pelo algoritmo de procura α−β. Seja conciso, mas indique de forma clara o que faria no caso de nós MIN e nós MAX.

III) [3,5val] Em preparação da abertura de um ginásio novo, pediram-lhe que desse uma ajuda na elaboração do horário das aulas da primeira parte da manhã, que decorrem todos os dias à mesma hora. Há 5 aulas diferentes e 3 instrutores que as vão dar. Naturalmente que um instrutor não pode dar duas aulas ao mesmo tempo.
As aulas são:

A1 – Step das 8:00 às 9:00; A2 – Aeróbica das 8:30 às 9:30; A3 – Yoga das 9:00 às 10:00;
A4 – Pilates das 9:00 às 10:00; A5 – BodyPump das 9:30 às 10:30.

Os instrutores são:

I1 – que apenas está disponível para dar aulas de Yoga e Pilates;
I2 – que está disponível para dar todas as aulas menos Step;
I3 – que está disponível para dar todas as aulas.

Decidimos resolver este problema como um problema de satisfação de restrições (CSP).

a) Quais são as variáveis, seus domínios, e as restrições?
b) Desenhe o grafo de restrições associado ao CSP.
c) Depois de impor quaisquer restrições unárias existentes, decidimos restringir o domínio das variáveis através do algoritmo de consistência de arcos (AC3). Quais os domínios das variáveis resultantes da imposição de consistência de arcos?
d) Em seguida, decidimos encontrar uma solução aplicando o algoritmo de procura com retrocesso em que, após cada atribuição de um valor a uma variável, é executado o algoritmo de consistência de arcos (AC3) para a redução dos domínios das variáveis, e é usada a heurística da variável mais constrangida e desempate pelo número de restrições (e em caso de persistência de empate, por ordem alfabética/numérica crescente). Os valores devem ser atribuídos por ordem (alfabética/numérica) crescente. Qual a solução encontrada?
e) O grafo de restrições desenhado na alínea b) deve ser quasi-arbóreo. Porque é que é preferível resolver CSPs com estrutura arbórea?
f) Suponha que dispunha da implementação de um algoritmo para resolução de CSPs com estrutura arbórea. Descreva de forma sucinta como é que poderia resolver um CSP com estrutura quasi-arbórea aproveitando, de forma vantajosa, essa implementação.

IV) [2,5val] Indique todos os modelos estáveis de cada um dos seguintes programas em lógica normais (P_1 e P_2):

P_1
```
r :- ~s.
p :- ~q, r.
q :- ~p, ~s.
```

P_2
```
r :- ~s.
s :- ~r.
p :- s, ~p.
```

V) [2val] Suponha que uma parte das regras sobre os movimentos válidos de um jogo está descrita em lógica de primeira ordem, através das seguintes formulas:

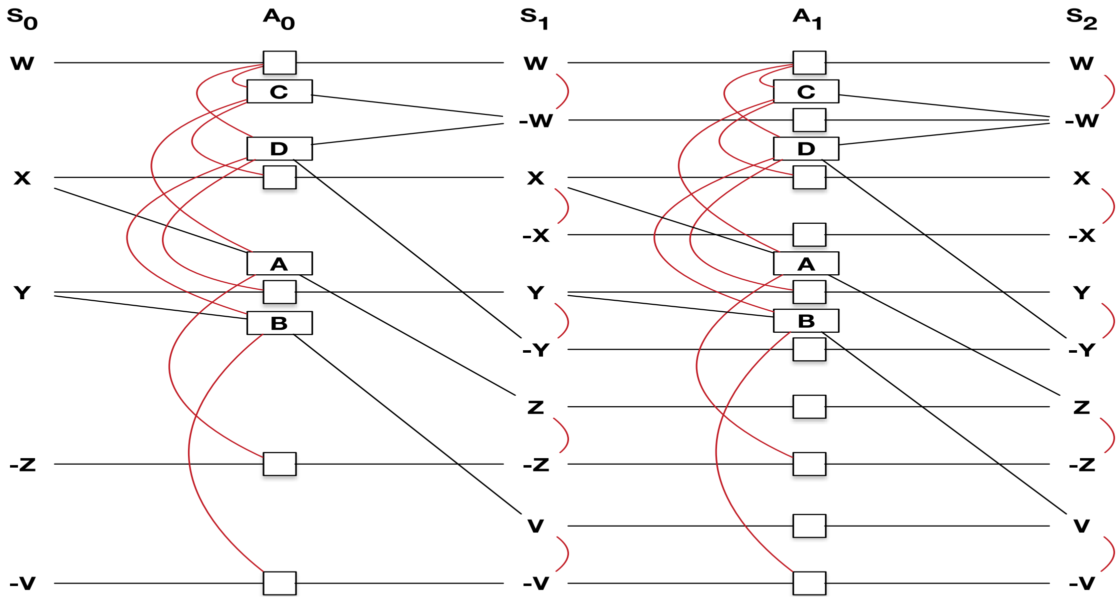
$$\forall x \exists y [move(x,y)]$$
$$\forall x \forall y [move(x,y) \Rightarrow move(y,x)]$$
$$\forall x \forall y \forall z [move(x,y) \land move(x,z) \Rightarrow move(y,z)]$$

Use o método de resolução para provar que é sempre possível ficar na mesma casa, i.e. que $\forall x [move(x,x)]$ é uma consequência lógica das formulas acima. Indique as unificações efectuadas.

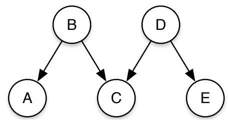
VI) [4val] Um agricultor decidiu contrair um empréstimo para comprar pesticidas para proteger as suas culturas de infestações por organismos nocivos. A probabilidade de existir uma infestação é de 0,7. O banco poderá recusar o empréstimo, ou dar parte ou a totalidade do montante pedido. À priori, a probabilidade do empréstimo ser recusado é de 0,2 enquanto que as restantes hipóteses são equiprováveis. O agricultor pretende utilizar o dinheiro do empréstimo para comprar pesticidas. Se o dinheiro for emprestado na totalidade então ele compra os pesticidas; se o dinheiro lhe for emprestado em parte então ele adquire os produtos com 80% de probabilidade; caso o empréstimo seja recusado, o agricultor não poderá comprar os pesticidas. Caso não haja uma infestação, a probabilidade de se ter uma boa colheita é sempre de 0,9. Contudo, se surgir uma infestação e não se tenha comprado pesticidas, a probabilidade de não se ter uma boa colheita é 0,9. A probabilidade de se ter uma boa colheita é de 60% quando se dá uma infestação e se compraram pesticidas.

a) Modele a situação anterior com uma rede de Bayes, indicando as variáveis aleatórias, seus domínios, topologia da rede e tabelas de probabilidade condicionada.
b) Calcule a probabilidade de haver uma boa colheita sabendo que o agricultor obteve um empréstimo parcial e ocorreu uma infestação.
c) Calcule a probabilidade do banco ter emprestado a totalidade do montante pedido, sabendo que houve uma infestação, o agricultor comprou pesticidas e a colheita foi boa.

VII) [Bónus: até 1val] Considere o seguinte Grafo de Planeamento construído para se encontrar um plano para o objectivo {V, -W, Z}. Indique um plano (linearizado) que pudesse ser obtido pelo algoritmo GRAPHPLAN.



VIII) [Bónus: até 2val] Para cada alínea, indique se ela é verdadeira ou falsa. Cada resposta correta vale 0,5val, cada resposta errada vale -0,5val. A pergunta tem uma cotação mínima de 0 valores.



a) Considere a Rede de Bayes da figura ao lado, onde todas as variáveis são booleanas. Sabe-se que B é falso. Se observasse que A é verdadeiro, essa informação iria alterar a probabilidade de C também ser verdadeiro.
b) Para qualquer conjunto de atributos e qualquer conjunto de treino gerado por uma função determinista desses atributos, existe uma árvore de decisão que é consistente com esse conjunto de treino.
c) Quando se usa o corte de ramos do algoritmo $\alpha-\beta$, os nós filhos da raiz nunca são cortados.
d) Se *h1(s)* for uma heurística consistente e *h2(s)* uma heurística admissível, então *min(h1(s),h2(s))* é uma heurística necessariamente consistente.

Fim!

19/Jan/2018 – 13:00 **Inteligência Artificial – Folha de Respostas** **DI/FCT/UNL, Exame, 2017/18, Duração: 3h** **Exame:** absccser

Nome:	**Número:**

I.a) b) e c)

G1 Algoritmo: **Procura em largura primeiro**____________________ Heurística (H_1/H_2/∅): ∅

Óptimo(Sim/Não)? **Não** ______ Se não, porquê? A procura em largura primeiro apenas encontra uma solução com o menor número de acções. Não tem em conta o custo das acções.

G2 Algoritmo: **A***____ Heurística (H_1/H_2/∅): $\mathbf{H_1}$

Óptimo(Sim/Não)? **Não** ______ Se não, porquê? O A* apenas garante a solução óptima se a heurística for admissível. Neste caso, H_1 não é admissível.

G3 Algoritmo: **Procura em profundidade primeiro**_______________ Heurística (H_1/H_2/∅): ∅

Óptimo(Sim/Não)? **Não** ______ Se não, porquê? A procura em profundidade primeiro explora cada alternativa na totalidade, à procura de uma qualquer solução – a primeira que encontrar – sem qualquer garantia de optimalidade, seja de custo ou de número de acções.

G4 Algoritmo: **A***____ Heurística (H_1/H_2/∅): $\mathbf{H_2}$

Óptimo(Sim/Não)? **Sim** ______ Se não, porquê? H2 é uma heurística admissível pelo que o A* encontra a solução óptima. (Nota: neste caso não era necessário justificar).

G5 Algoritmo: **Procura de custo uniforme**_____________________ Heurística (H_1/H_2/∅): ∅

Óptimo(Sim/Não)? **Sim** ______ Se não, porquê? O algoritmo de custo uniforme encontra garantidamente uma solução óptima, desde que o custo das ações seja positivo. (Nota: neste caso não era necessário justificar).

I.d)

Se não nos importarmos com a possibilidade de não encontrarmos uma solução óptima, e se as soluções são profundas e densas, então o algoritmo de procura em profundidade primeiro pode ser uma melhor escolha do que o A*, pois irá procurar em níveis mais profundos na árvore de pesquisa mais rapidamente do que o A*. (Nota: se as soluções forem raras i.e. não forem densas, então o A* funciona em geral melhor do que o algoritmo de procura em profundidade primeiro, mesmo que não nos importemos com a possibilidade de não encontrarmos uma solução óptima).

O algoritmo de procura em profundidade primeiro também tem uma vantagem significativa sobre o A* no que respeita aos requisitos de memória.

II.a)
Minimax: A:**20** C:**2** D:**15** G:**2** I:**20** K:**2** M:**2** Movimento. de MAX: **E**

b)
Nós não visitados: **O, M, P, Q**

c)
Existe(Sim/Não)? **Sim** Ordem: **E, D, B, C** (há outras alternativas)

d)
Para cada nó X não terminal, usar a função *h* para estimar o valor dos seus filhos e:
- se o nó X for um nó MAX, ordenar os filhos por ordem decrescente de valor estimado;
- se o nó X for um nó MIN, ordenar os filhos por ordem crescente de valor estimado.

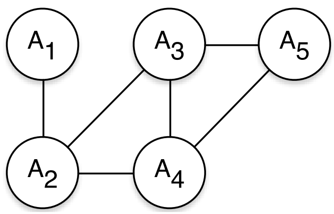
III.a) Variáveis e Domínios:

A_1 $[I_1, I_2, I_3]$
A_2 $[I_1, I_2, I_3]$
A_3 $[I_1, I_2, I_3]$
A_4 $[I_1, I_2, I_3]$
A_5 $[I_1, I_2, I_3]$

Restrições:

$A_1 \neq A_2$	$A_3 \neq A_4$	$A_1 \neq I_1$
$A_2 \neq A_3$	$A_3 \neq A_5$	$A_2 \neq I_1$
$A_2 \neq A_4$	$A_4 \neq A_5$	$A_5 \neq I_1$
		$A_1 \neq I_2$

III.b)



III.c)
A_1 $[I_3]$
A_2 $[I_2]$
A_3 $[I_1, I_3]$
A_4 $[I_1, I_3]$
A_5 $[I_2, I_3]$

III.d)
$A_1 = I_3$; $A_2 = I_2$; $A_3 = I_1$; $A_4 = I_3$; $A_5 = I_2$

III.e)
Porque podem ser resolvidos em tempo polinomial.
Um CSP com estrutura arbórea (o grafo é uma árvore) pode ser resolvido em tempo $O(nd^2)$, enquanto que, em geral, um CSP requer tempo $O(d^n)$.

III.f)
Podemos usar o método de condicionamento por conjunto de corte: 1) selecionar um conjunto de variáveis (o conjunto de corte) cuja remoção transforma o grafo numa árvore; 2) para cada instanciação possível do conjunto de corte, reduzir os domínios dos nós vizinhos e resolver o CSP (arbóreo) resultante com chamadas à implementação do algoritmo à nossa disposição, até se encontrar uma solução.

IV P_1
M_1 = {r, p} **M_2 = {r, q}**

P_2
M_1 = {r}

Nome: | **Número:**

V Transformando as formulas iniciais e a negação da consulta ($\neg\forall x[move(x,x)]$) em:

$$\forall x \exists y[move(x,y)]$$
$$\forall x \forall y[\neg move(x,y) \vee move(y,x)]$$
$$\forall x \forall y \forall z\left[\neg\left(move(x,y) \wedge move(x,z)\right) \vee move(y,z)\right]$$
$$\exists x[\neg move(x,x)]$$

manipulando e skolemizando:

$$\forall x\left[move\left(x, f(x)\right)\right]\ (por\ skolemização)$$
$$\forall x \forall y[\neg move(x,y) \vee move(y,x)]$$
$$\forall x \forall y \forall z[\neg move(x,y) \vee \neg move(x,z) \vee move(y,z)]$$
$$[\neg move(a,a)]\ (por\ skolemização)$$

e, por fim, renomeando as variáveis, obtemos as seguintes cláusulas:

1. $\left[move\left(x_1, f(x_1)\right)\right]$
2. $[\neg move(x_2,y_2), move(y_2,x_2)]$
3. $[\neg move(x_3,y_3), \neg move(x_3,z_3), move(y_3,z_3)]$
4. $[\neg move(a,a)]$

Prova por resolução:

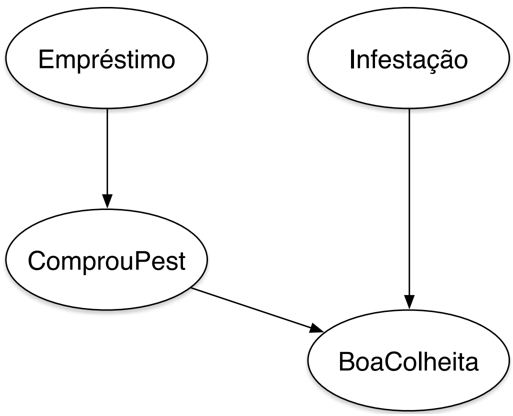
5. $[move(f(x_5),x_5)]$	(res) 1. e 2. $com\ y_2 = f(x_1), x_2 = x_1\ e\ renom\ x_1/x_5$
6. $[\neg move(f(x_6),z_6), move(x_6,z_6)]$	(res) 3. e 5. $com\ x_3 = f(x_5), y_3 = x_5, e\ renom\ x_5/x_6\ e\ z_3/z_6$
3. $[move(x_7,x_7)]$	(res) 5. e 6. $com\ x_5 = x_6 = z_6\ e\ renom\ x_6/x_7$
4. $[\quad]$	(res) 4. e 7. $com\ x_7 = a$

Como derivámos a cláusula vazia, podemos concluir que $\forall x[move(x,x)]$ é uma consequência lógica das três formulas dadas.

VI.a)

$Infestação \in \{(v)erdadeiro, (f)also\}$ $\quad$ $Empréstimo \in \{(t)otal, (p)arcial, (r)ecusado\}$

$ComprouPest \in \{(v)erdadeiro, (f)also\}$ $\quad$ $BoaColheita \in \{(v)erdadeiro, (f)also\}$



P(E=t)	P(E=p)	P(E=r)
0,4	0,4	0,2

P(i)	P(¬i)
0,7	0,3

E	P(cp|E)	P(¬cp|E)
t	1	0
p	0,8	0,2
r	0	1

CP	I	P(bc|CP,I)	P(¬bc|CP,I)
v	v	0,6	0,4
v	f	0,9	0,1
f	v	0,1	0,9
f	f	0,9	0,1

VI.b)

$$P\left(BC=v \mid E=p, I=v\right)=P\left(bc \mid E=p, i\right)=\frac{P\left(bc, E=p, i\right)}{P\left(E=p, i\right)}=\frac{\sum_{CP} P\left(bc, E=p, i, CP\right)}{P\left(E=p\right) P\left(i\right)}=$$

$$=\frac{\sum_{CP} P\left(E=p\right) P\left(i\right) P\left(CP \mid E=p\right) P\left(bc \mid CP, i\right)}{P\left(E=p\right) P\left(i\right)}=\frac{P\left(E=p\right) P\left(i\right) \sum_{CP} P\left(CP \mid E=p\right) P\left(bc \mid CP, i\right)}{P\left(E=p\right) P\left(i\right)}=$$

$$=\sum_{CP} P\left(CP \mid E=p\right) P\left(bc \mid CP, i\right)=\left[\left(0{,}8 \cdot 0{,}6\right)+\left(0{,}2 \cdot 0{,}1\right)\right]=0{,}5=50\%$$

$ou, em\ alternativa:$

$$P\left(BC=v \mid E=p, I=v\right)=P\left(bc \mid E=p, i\right)=\alpha P\left(bc, E=p, i\right)=\alpha \sum_{CP} P\left(bc, E=p, i, CP\right)$$

$$\sum_{CP} \mathbf{P}\left(BC, E=p, i, CP\right)=\sum_{CP} P\left(E=p\right) P\left(i\right) P\left(CP \mid E=p\right) \mathbf{P}\left(BC \mid CP, i\right)=$$

$$=P\left(E=p\right) P\left(i\right) \sum_{CP} P\left(CP \mid E=p\right) \mathbf{P}\left(BC \mid CP, i\right)$$

$$BC=v: \quad 0{,}4 \cdot 0{,}7 \cdot\left[\left(0{,}8 \cdot 0{,}6\right)+\left(0{,}2 \cdot 0{,}1\right)\right]=0{,}14$$

$$BC=f: \quad 0{,}4 \cdot 0{,}7 \cdot\left[\left(0{,}8 \cdot 0{,}4\right)+\left(0{,}2 \cdot 0{,}9\right)\right]=0{,}14$$

$$P\left(bc \mid E=p, i\right)=\frac{0{,}14}{0{,}14+0{,}14}=0{,}5=50\%$$

VI.c)

$$P\left(E=t \mid I=v, CP=v, BC=v\right)=P\left(E=t \mid i, cp, bc\right)=\alpha P\left(E=t, i, cp, bc\right)$$

$$\mathbf{P}\left(E, i, cp, bc\right)=\mathbf{P}\left(E\right) P\left(i\right) \mathbf{P}\left(cp \mid E\right) P\left(bc \mid cp, i\right)$$

$$E=t: \quad 0{,}4 \cdot 0{,}7 \cdot 1 \cdot 0{,}6=0{,}168$$

$$E=p: \quad 0{,}4 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}6=0{,}1344$$

$$E=r: \quad 0{,}2 \cdot 0{,}7 \cdot 0 \cdot 0{,}6=0$$

$$P\left(E=t \mid i, cp, bc\right)=\frac{0{,}168}{0{,}168+0{,}1344+0}=55{,}6\%$$

$ou, em\ alternativa\ (usando\ a\ regra\ de\ Bayes\ e\ propriedades\ da\ rede):$

$$P\left(E=t \mid I=v, CP=v, BC=v\right)=P\left(E=t \mid i, cp, bc\right)=P\left(E=t \mid cp\right)=$$

$$=\frac{P\left(cp \mid E=t\right) P\left(E=t\right)}{P\left(cp\right)}=\frac{P\left(cp \mid E=t\right) P\left(E=t\right)}{\sum_{E} P\left(cp \mid E\right) P\left(E\right)}=\frac{1 \cdot 0{,}4}{1 \cdot 0{,}4+0{,}8 \cdot 0{,}4+0 \cdot 0{,}2}=55{,}6\%$$

VII.
[A, C, B] (há outras alternativas)

VIII.

a) **FALSA**	b) **VERDADEIRA**	c) **VERDADEIRA**	d) **FALSA**