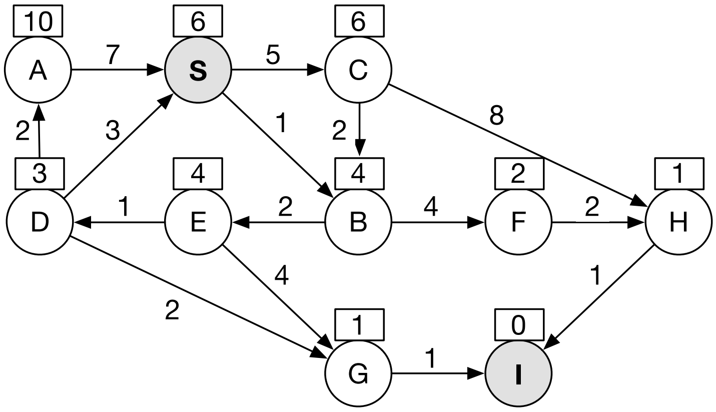
Inteligência Artificial – 2016/17

5/Novembro/16 — 12:00 — Duração: 2h

FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

1º Teste
– Sem consulta –

I) [7val] Considere o seguinte grafo de estados de um problema de procura. Os valores apresentados nos arcos correspondem ao custo do operador (ação) respectivo, enquanto os valores nos rectângulos correspondem ao valor de uma heurística (estimativa do custo de chegar desse nó ao nó objectivo (I)). Não se representam os nomes dos operadores, correspondendo cada arco a um operador distinto. Assuma que os sucessores de um nó são sempre gerados por ordem alfabética do nome do nó (ou seja, por exemplo, dos sucessores de D, o primeiro a ser gerado é o A, o segundo é o G e o terceiro é o S). A ordem alfabética deverá também ser utilizada sempre que for necessário desempatar entre nós. Pretende–se encontrar um caminho desde o nó S até ao nó I



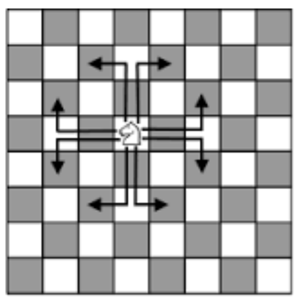
a) Considere os algoritmos de procura em largura primeiro e procura sôfrega. Para cada um dos algoritmos, indicar:
   - Qual o caminho encontrado pelo algoritmo
   - Quais os nós que são expandidos

b) Caracterize a heurística quanto à admissibilidade e consistência, justificando a sua resposta.

c) Ilustre como se comporta o algoritmo de procura A* em grafos na resolução deste problema. Use a versão do algoritmo que garante a obtenção da solução óptima dadas as características da heurística. Deve explicitar os conteúdos das estruturas de dados auxiliares ao longo das iterações do algoritmo, colocando entre parêntesis o valor da função de avaliação para cada nó na lista. Indique o caminho encontrado pelo algoritmo, assim como o seu custo.

d) Para cada algoritmo da alínea a) que não tenha encontrado o caminho óptimo, explique porquê.

II) [3val] Considere um tabuleiro de xadrez com um cavalo (cada movimento do cavalo tem o formato característico da letra L, consistindo na deslocação de duas casas numa direção, e uma casa numa das perpendiculares, como ilustrado na figura). Pretendemos utilizar o algoritmo de pesquisa A* para encontrar o caminho até à casa (0,0), para o cavalo, com o menor número de movimentos (custo do movimento=1), para o qual procuramos uma heurística admissível.



a) Quais das seguintes heurísticas h_i são admissíveis? Justifique sumariamente.
   - $h_1(x,y) = x + y$ (distância de Manhattan)
   - $h_2(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ (distância Euclidiana)
   - $h_3(x,y) = (x + y)/3$
   - $h_4(x,y) = max(x,y)/2$

b) Pretendemos construir uma heurística $h(x,y) = f(A,B)$, onde $f \in \{min, max\}$ e $A, B \in \{h_1(x,y), h_2(x,y), h_3(x,y), h_4(x,y)\}$, de modo a maximizar o desempenho do algoritmo de pesquisa A*. Que escolhas faria para f, A e B? Justifique sumariamente.

III) [5val] Considere um algoritmo genético (GA) em que os cromossomas são representados por oito genes, da forma, $x = abcdefgh$, onde cada gene pode tomar um valor inteiro entre 0 e 9. A função de mérito (fitness), f, a maximizar, é definida por

$$f(x) = (a + b) - (c + d) + (e + f) - (g + h)$$

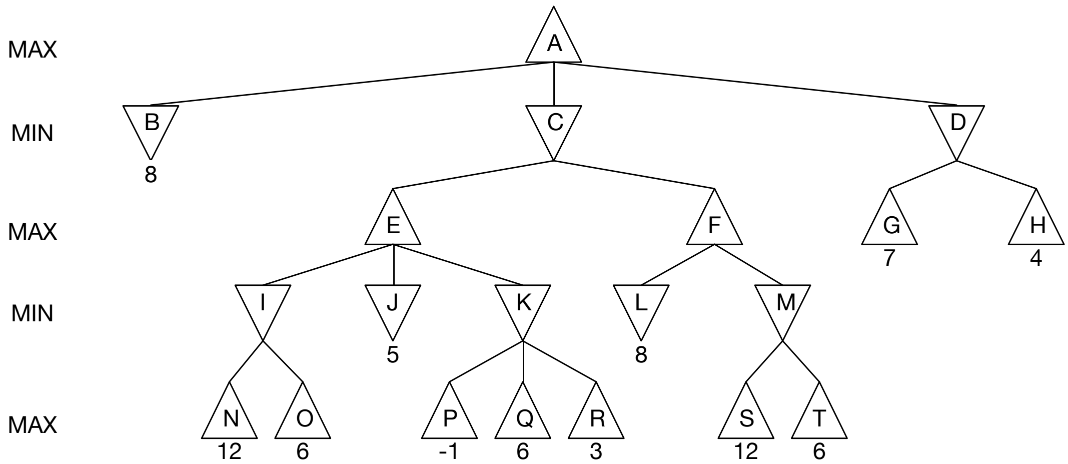
A população inicial é constituída pelos seguintes quatro cromossomas:

$$x_1 = 65413532$$
$$x_2 = 87126601$$
$$x_3 = 23921285$$
$$x_4 = 41852094$$

a) Ordene os cromossomas segundo o seu mérito.
b) Aplique os seguintes operadores de recombinação (cruzamento) aos elementos da população, e apresente os correspondentes descendentes:
   i. operador de recombinação (cruzamento) com um ponto de corte (posição central), aplicado aos dois cromossomas mais aptos;
   ii. operador de recombinação (cruzamento) com dois-pontos de corte (a seguir a b e f), aplicado aos segundo e terceiro melhores cromossomas;
   iii. operador de recombinação (cruzamento) uniforme (com máscara 10010100) aplicado aos primeiro e terceiro melhores cromossomas;
c) Identifique o cromossoma que representa a solução óptima deste problema, bem como o respectivo valor da função de mérito.
d) A partir da população inicial, é possível obter a solução óptima sem aplicar um operador de mutação? Justifique sumariamente.

IV) [5val] Considere a árvore de jogo de dois jogadores (MAX e MIN), onde os valores nas folhas são estimativas do ganho para MAX a partir desse estado.

a) Calcule o valor minimax de cada nó e indique qual o movimento que MAX deverá escolher.
b) Assumindo que a árvore é percorrida da esquerda para a direita, quais os nós que nunca chegariam a ser visitados pelo algoritmo de busca α−β. Justifique sucintamente.



V) [Bónus:2val] Verifique, usando o algoritmo de Davis-Putnam, se a seguinte fórmula de lógica proposicional é satisfazível:

$$a \wedge (\neg a \vee d) \wedge (\neg a \vee b \vee c) \wedge (\neg b \vee c) \wedge (\neg a \vee b \vee d) \wedge (\neg e \vee \neg d) \wedge (\neg e \vee a) \wedge (\neg b \vee \neg c) \wedge (\neg e \vee b \vee d)$$

FIM!

Inteligência Artificial – Folha de Respostas

5/Nov/2016 – 12:00 **DI/FCT/UNL, 1º Teste, 2016/17, Duração: 2h** **Teste:** bdbadcb

Nome:	**Número:**

I.a) Procura em largura primeiro

Solução: **S → C → H → I** (custo=14)

Nós expandidos: **S(0), B(1), C(5), E(3), F(5), H(13)**

Entre parêntesis indica-se o custo do nó.

Procura sôfrega

Solução: **S → B → F → H → I** (custo=8)

Nós expandidos: **S(0), B(1), F(5), H(7)**

Entre parêntesis indica-se o custo do nó.

I.b)

Admissível? **SIM** Consistente? **NÃO**

Justificação: É admissível por o valor da heurística para cada estado (nó do grafo) não ser superior ao custo menor para chegar ao objectivo, que pode ser verificado diretamente no grafo, dado o seu tamanho reduzido: h(A)=10 < h*(A)=c(A→S→B→E→D→G→I)=14, h(B)=4 < h*(B)=c(B→E→D→G→I)=6, h(C)=6 < h*(C)=c(C→B→E→D→G→I)=8, etc. Não é consistente pois existem estados n1, n2, ligados por um arco com custo c(n1,n2) tal que h(n1)>c(n1,n2)+h(n2). Por exemplo, se n1=S e n2=B, temos que h(S)=6, c(S,B)=1 e h(B)=4, logo, h(S)>c(S,B)+h(B), pelo que a heurística não é consistente.

I.c)

Solução: **S → B → E → D → G → I** Custo da Solução: **7**

Fronteira:	S(6)	B(5),C(11)	E(7),F(7),C(11)	D(7),F(7),G(8),C(11)	F(7),G(7),G(8),C(11),S(13),A(16)
Explorados:		S(6)	S(6),B(5)	S(6),B(5),E(7)	S(6),B(5),E(7),D(7)

Fronteira:	G(7),G(8),H(8),C(11),S(13),A(16)	I(7),G(8),H(8),C(11),S(13),A(16)	G(8),H(8),C(11),S(13),A(16)
Explorados:	S(6),B(5),E(7),D(7),F(7)	S(6),B(5),E(7),D(7),F(7),G(7)	S(6),B(5),E(7),D(7),F(7),G(7)

Entre parêntesis indica-se o valor da função de avaliação (custo + heurística).

I.d) O algoritmo de procura em largura primeiro tenta encontrar uma solução com o menor número de acções (neste caso encontrando uma com 3 acções), interrompendo a procura sem tentar encontrar uma solução melhor que envolva mais acções (no caso, a óptima tem 5 acções). O algoritmo de procura sôfrega dá mais importância ao valor da heurística do que ao custo para chegar a um estado. Assim, prefere explorar nós correspondentes a estados que estão próximos do objectivo, mesmo que o custo para lá chegar tenha sido elevado, e haja uma melhor solução por outro caminho. Neste caso, quando expande o nó B(1) e explora os seus sucessores, prefere seguir por F, pois está mais perto do objectivo, ignorando o custo mais elevado para ir de B a F do que para ir de B a E.

II.a)

$\boldsymbol{h_1(x,y)}$ **não é admissível.** Por ex., $h_1(2,1) = 3$ quando se pode chegar de (2,1) a (0,0) com custo 1.

$\boldsymbol{h_2(x,y)}$ **não é admissível.** Por ex., $h_1(2,1) = \sqrt{5}$ quando se pode chegar de (2,1) a (0,0) com custo 1.

$\boldsymbol{h_3(x,y)}$ **é admissível** pois cada salto de cavalo tem um custo de 1 e corresponde a uma distância de Manhattan de 3.

$\boldsymbol{h_4(x,y)}$ **é admissível** pois corresponde ao número mínimo de movimentos para ir para a coluna (ou linha) do objectivo, sem ter em conta os movimentos necessários ao longo da linha (resp. coluna).

II.b)

$f(A,B) = \boldsymbol{max}\big(\boldsymbol{h_3(x,y)}, \boldsymbol{h_4(x,y)}\big)$

Justificação: Sendo $h_3(x,y)$ e $h_4(x,y)$ ambas admissíveis, $f(A,B)$ também é admissível. Há casos em que $h_3(x,y) < h_4(x,y)$ e casos em que $h_3(x,y) > h_4(x,y)$. Logo, $f(A,B)$ domina, de forma estrita, tanto $h_3(x,y)$ como $h_4(x,y)$. Uma heurística que domine outra leva a um melhor desempenho do A*.

III.

a) Ordenação: $x_2 \rightarrow x_1 \rightarrow x_3 \rightarrow x_4$

b) i.	**ii.**	**iii.**
$o_1 = 65416601$ $o_2 = 87123532$	$o_1 = 65921232$ $o_2 = 23413585$	$o_1 = 27126201$ $o_2 = 83921685$

c)

Cromossoma: $o_o = 99009900$ Valor: **36**

d) Não. Considerando apenas os operadores de cruzamento, como nenhum cromossoma da população inicial começa por '9', por exemplo, nenhum descendente gerado por cruzamento destes cromossomas poderá ter '9' na primeira posição. Também foram aceites respostas que descreveram operadores de cruzamento mais sofisticados que permitiriam a obtenção do cromossoma óptimo.

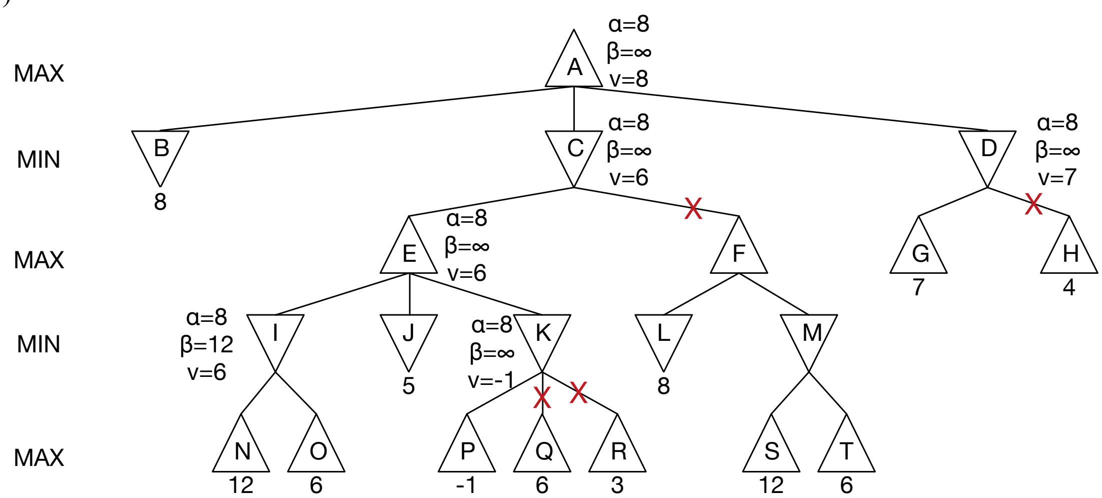
IV.a)

Minimax: A:**8** C: **6** D: **4** E: **6** F: **8** I: **6** K: **-1** M: **6** Movim. de MAX: **B**

b)

Nós não visitados: **Q, R, F, L, M, S, T, H**

Justificação: (em vez de apresentar a árvore, poderia ter explicado porque é que cada um dos 4 ramos foi cortado)



V.

Satisfazível? **Sim**

Verificação:

$$a \wedge (\neg a \vee d) \wedge (\neg a \vee b \vee c) \wedge (\neg b \vee c) \wedge (\neg a \vee b \vee d) \wedge$$
$$(\neg e \vee \neg d) \wedge (\neg e \vee a) \wedge (\neg b \vee \neg c) \wedge (\neg e \vee b \vee d)$$
$$\downarrow \text{Pure } \{\neg e\}$$
$$a \wedge (\neg a \vee d) \wedge (\neg a \vee b \vee c) \wedge (\neg b \vee c) \wedge (\neg a \vee b \vee d) \wedge (\neg b \vee \neg c)$$
$$\downarrow \text{Pure } \{\neg e, d\}$$
$$a \wedge (\neg a \vee b \vee c) \wedge (\neg b \vee c) \wedge (\neg b \vee \neg c)$$
$$\downarrow \text{Unit } \{a, \neg e, d\}$$
$$(b \vee c) \wedge (\neg b \vee c) \wedge (\neg b \vee \neg c)$$
$$\text{Split } \{a, b, \neg e, d\} \swarrow \qquad \searrow \textit{Backtract} - \text{ Split } \{a, \neg b, \neg e, d\}$$
$$(c) \wedge (\neg c) \qquad (c)$$
$$\text{Unit } \{a, b, c, \neg e, d\} \downarrow \qquad \downarrow \text{Unit } \{a, \neg b, c, \neg e, d\}$$
$$\perp \qquad \boxdot$$