PROCURA CEGA CAPÍTULO 3

Parcialmente adaptado de http://aima.eecs.berkeley.edu

Resumo

- Agentes resolvedor de problemas
- Tipos de problemas
- Formulação de problemas
- Problemas típicos
- Algoritmos básicos de procura

Exemplo: Romémia

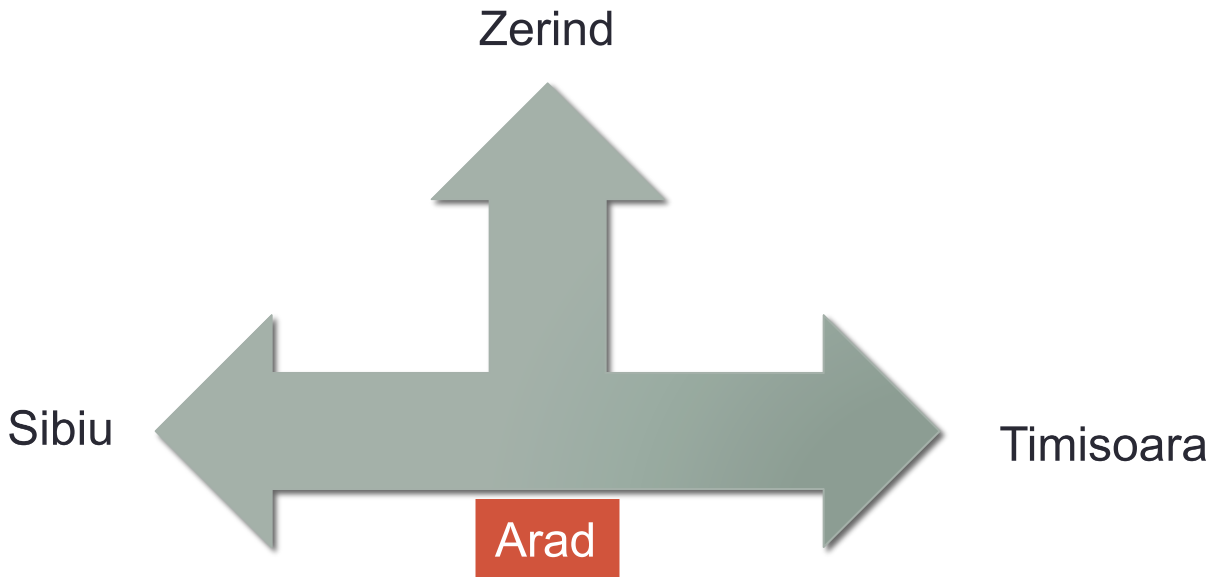
- De férias na Roménia; correntemente em Arad.
- Voo sai amanhã de Bucareste

- Formular objectivo:
  - Chegar a Bucareste

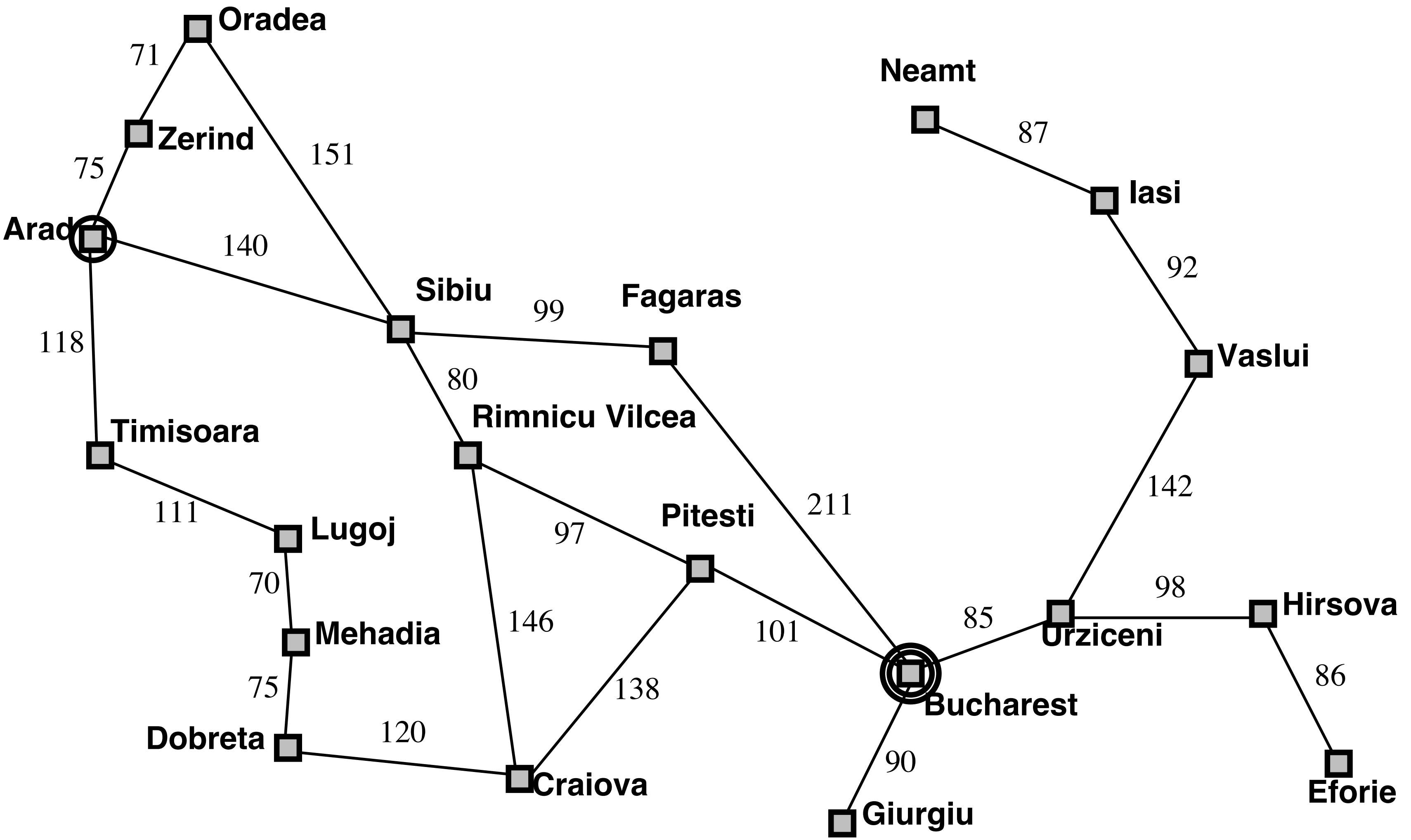
- Formular problema:
  - estados: várias cidades
  - acções: guiar entre as cidades

- Solução:
  - Sequência de cidades

Exemplo: Roménia



Exemplo: Roménia

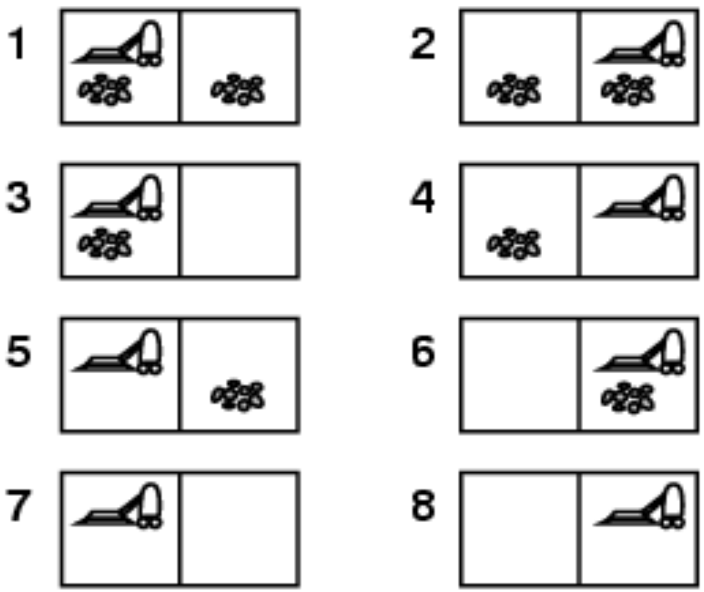


Tipos de problemas

- Determinista, observável → problema com estado único
  - Agente sabe exatamente em que estado se encontrará; solução é uma sequência de ações
- Não observável → problema de conformidade
  - Agente pode não saber onde está; caso exista, solução é sequência de ações
- Não determinista e/ou parcialmente observável → problema de contingência
  - Percepção fornece nova informação acerca do estado corrente
  - Solução é uma árvore ou plano de ação
  - Habitualmente intercala procura com execução
- Espaço de estados desconhecido → problema de exploração (“online”)

Exemplo: mundo do aspirador

- Estado único, início em 5.
  - Solução: [Right, Suck]
- Conformidade, início em {1,2,3,4,5,6,7,8}
  Right transita para {2,4,6,8}
  - Solução*: [Right,Suck,Left,Suck]*
- Contingência.
  Lei de Murphy. *Suck pode sujar carpete limpa.*
  Percepção local: [A,Clean]
  - Sol*: [Right,* ***while*** *dirt* ***then*** *Suck]*



Agente resolvedor de problemas

- Assumimos que ambiente é:
  - **Estático**: o ambiente não muda durante a fase de formulação e resolução do problema;
  - **Observável**: agente sabe o estado corrente;
  - **Discreto**: número finito de acções;
  - **Conhecido**: o agente sabe que estados são atingidos através das acções;
  - **Determinístico**: cada ação tem exatamente um resultado.
- A solução é uma sequência de ações.

Agente resolvedor de problemas

```
function SIMPLE-PROBLEM-SOLVING-AGENT(percept) returns an action
    static: seq, an action sequence, initially empty
            state, some description of the current world state
            goal, a goal, initially null
            problem, a problem formulation

    state ← UPDATE-STATE(state, percept)
    if seq is empty then do
        goal ← FORMULATE-GOAL(state)
        problem ← FORMULATE-PROBLEM(state, goal)
        seq ← SEARCH(problem)
    action ← FIRST(seq)
    seq ← REST(seq)
    return action
```

Formulação de problema de estado único

Um problema de procura é definido por 4 constituintes:

1. estado inicial e.g., “em Arad”

2. acções, operadores, função sucessor ou modelo de transição
   Função sucessor: *S(x)* = conjunto de pares acção-estado
   - e.g., *S(Arad)* = {<*Arad → Zerind, Zerind*>, … }

   Modelo de transição especificado pela função RESULT(a,s)
   - e.g., *RESULT(Go(Zerind),Arad)* = Zerind

3. teste objectivo, pode ser
   - explícito, e.g., *x* = “em Bucareste"
   - implícito, e.g., *XequeMate(x)*

4. custo do caminho (aditivo)
   - e.g., soma de distâncias, número de acções executadas, etc.
   - *c(x,a,y)* é o custo de um passo, sendo ≥ 0

- Uma solução é uma sequência de acções que partindo do estado inicial permite atingir o estado objectivo

Selecção de um espaço de estados

- A realidade é absurdamente complexa
  → o espaço de estados deve ser abstraído para a resolução de problemas

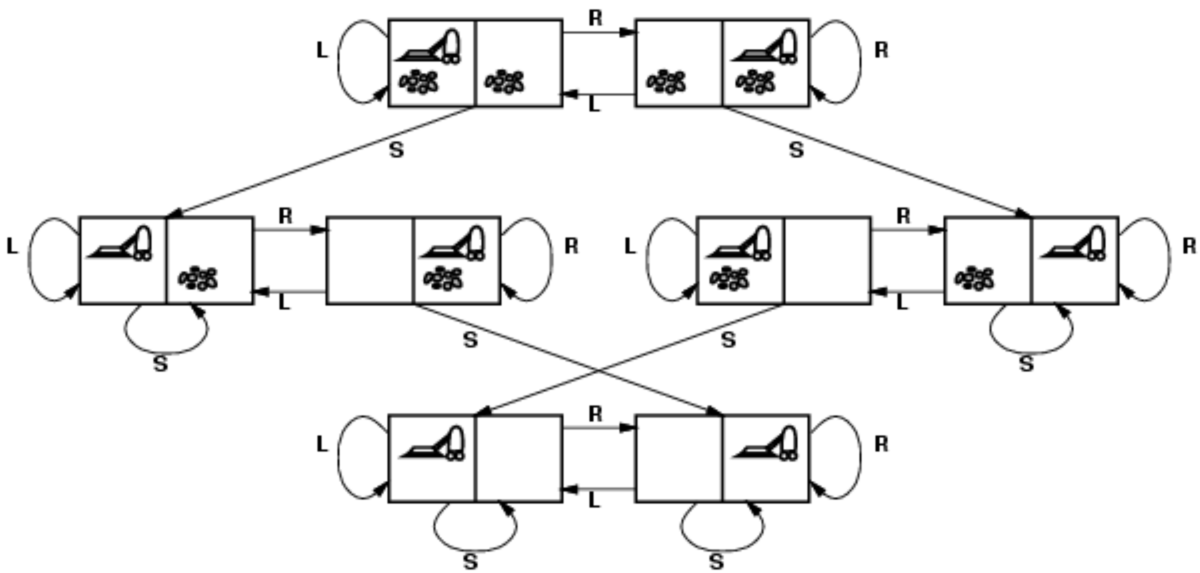
- Estado (abstrato) = conjunto de estados reais

- Ação (abstrata) = combinação complexa de ações reais
  - "Arad → Zerind" representa um conjunto complexo de rotas.
- Para ser concretizável, qualquer estado real "em Arad" deve permite chegar a algum estado real "em Zerind"

- Solução (abstrata) =
  - Conjunto de caminhos reais que são soluções na realidade

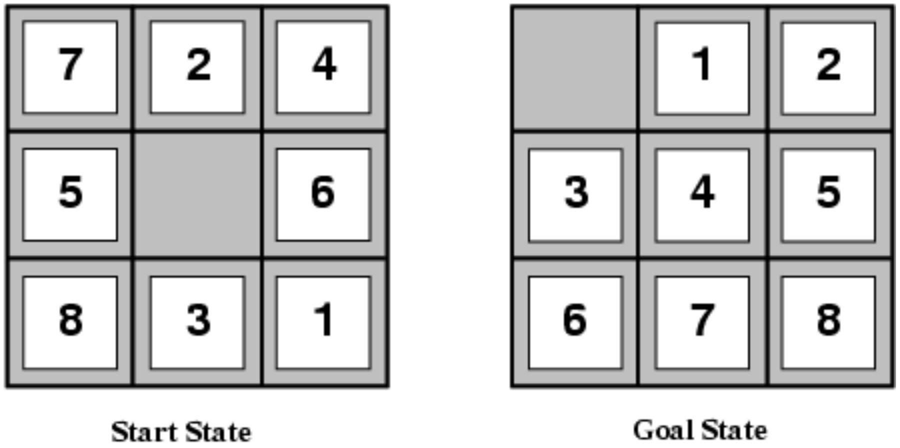
- Cada ação abstrata deverá ser mais simples do que no problema original!

Grafo de espaços de estados do aspirador



- estados? vector booleanos e inteiro
- acções? *Left*, *Right*, *Suck* e *NoOp*
- teste objectivo? tudo limpo
- custo caminho? número de acções
  (1 por acção,0 para *NoOp*)

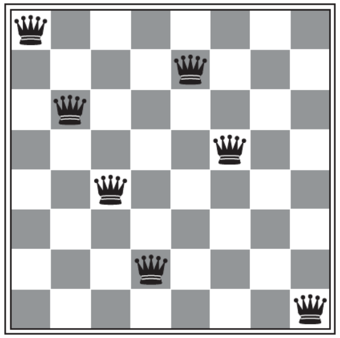
Exemplo: charada de 8



- estados? inteiros com localização das peças
- acções? movimentar casa nas 4 direções
- teste objectivo? = estado objectivo
- custo caminho? número de movimentos (1 por movimento)

[Nota: solução óptima para a família de charadas-n é NP-hard]

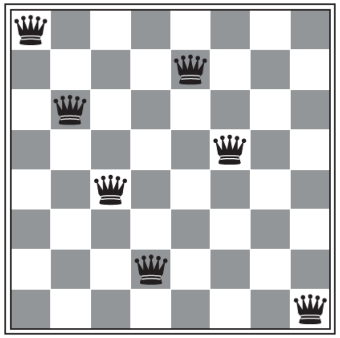
Exemplo: 8 rainhas (v1)



- estados? Localização de 0 a 8 rainhas no tabuleiro
- acções? Acrescentar uma rainha
- teste objectivo? *8 rainhas sem ataques*
- custo caminho? por exemplo 1, mas é irrelevante

(v1) temos 64x63x...x57 $\approx 1.8 \times 10^{14}$ sequências (!)

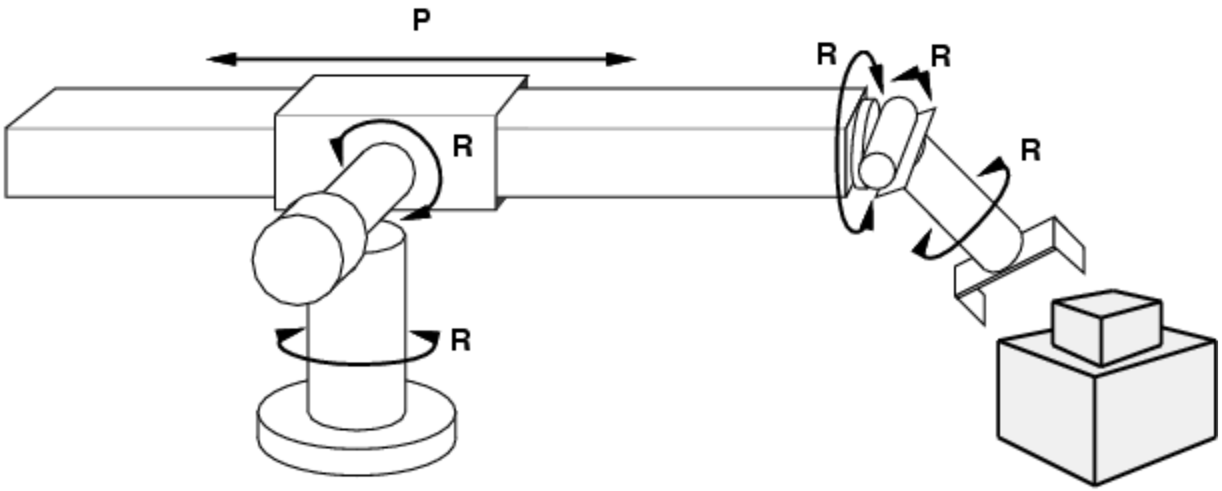
Exemplo: 8 rainhas (v2)



- estados? Localização de n (0-8) rainhas, 1 em cada uma das n colunas mais à esquerda
- acções? Acrescentar uma rainha na coluna vazia mais à esquerda, sem ataques
- teste objectivo? *8 rainhas sem ataques*
- custo caminho? por exemplo 1, mas é irrelevante

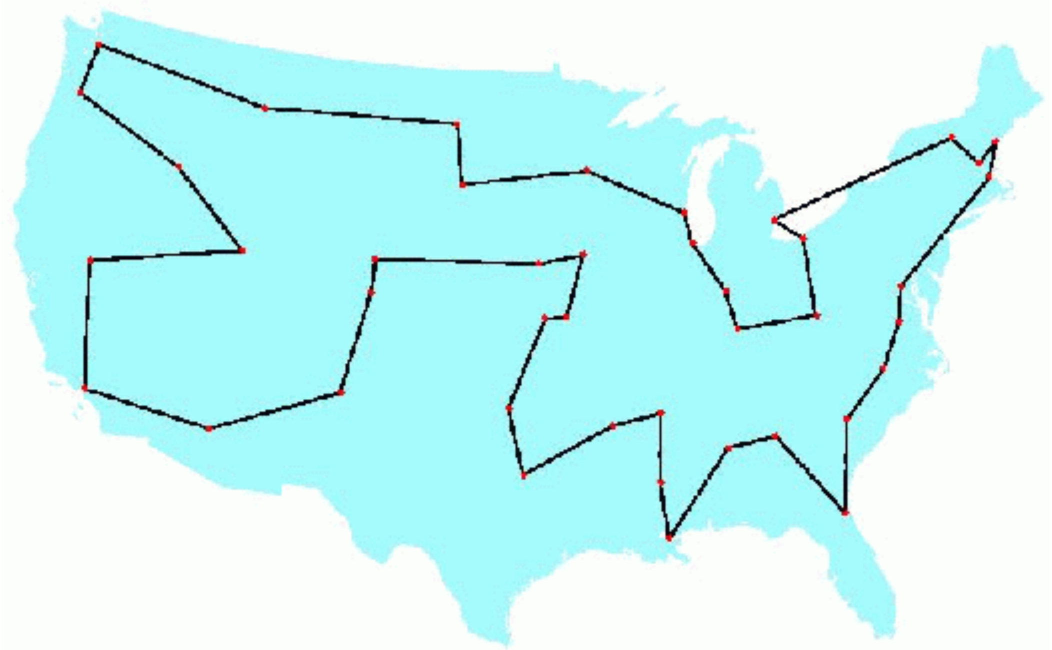
(v1) temos 64x63x...x57 ≈ 1.8 x 10^{14} sequências (!)
(v2) temos 2057 sequências.

Exemplo: montagem robótica



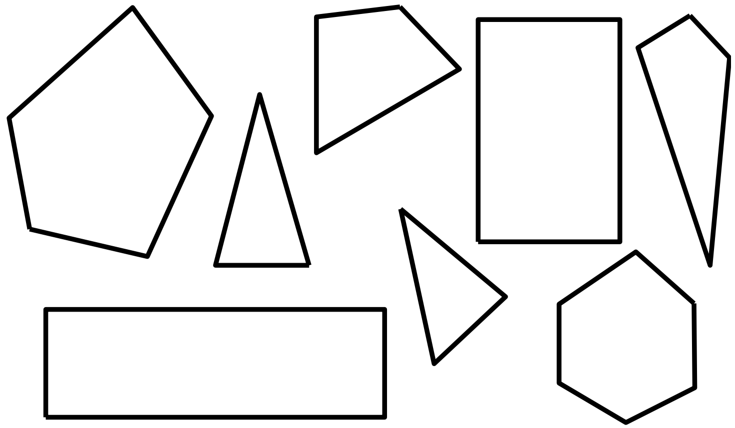
- estados? Coordenadas reais das articulações do robô e dos objetos a montar
- acções? Movimento contínuo das articulações
- teste objectivo? montagem completa
- custo caminho? tempo para executar

Exemplo: caixeiro viajante



- estados? sequência de cidades sem repetições
- acções? viajar para nova cidade ou voltar à inicial
- teste objectivo? circuito das cidades
- custo caminho? distância total

Exemplo: navegação robótica

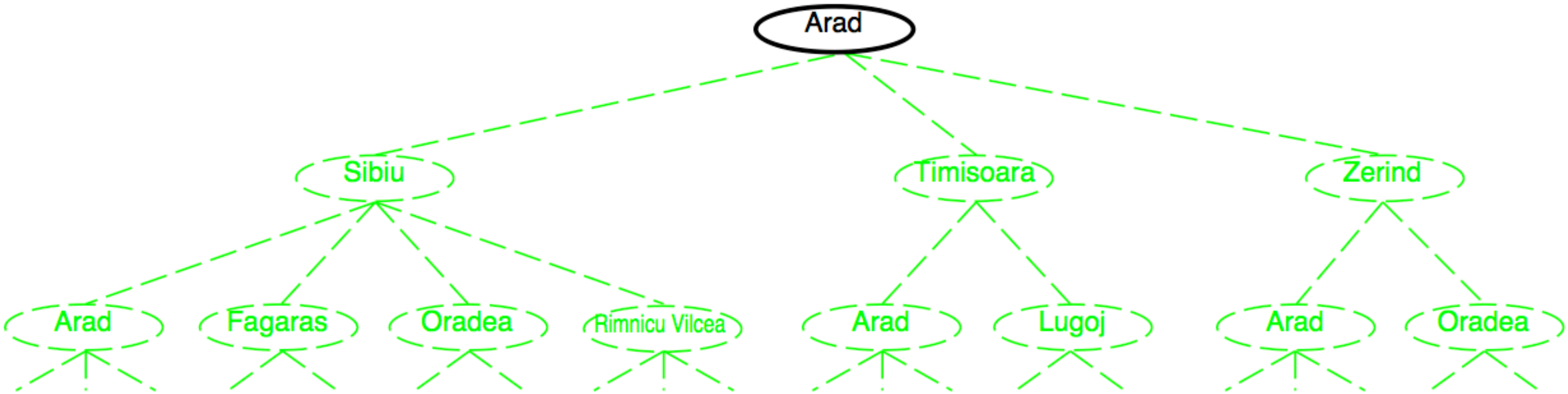


- estados? vértices dos polígonos, posições inicial e final
- acções? viajar para outro vértice
- teste objectivo? chegar ao objectivo
- custo caminho? distância percorrida

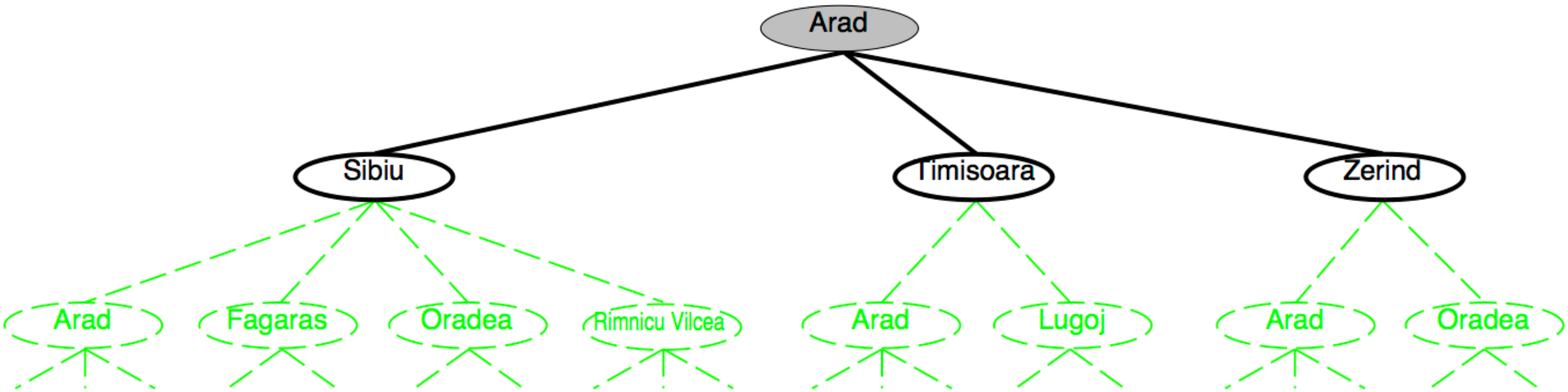
Algoritmos de procura em árvores

- Ideia básica:
  - Simulação *offline* da exploração do espaço de estados através da geração de sucessores de estados já explorados

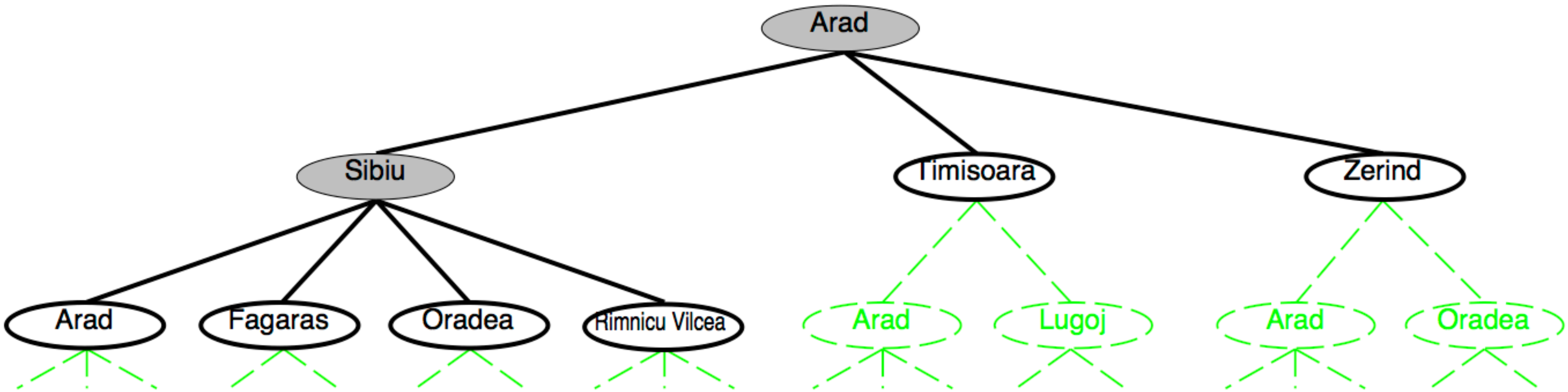
Exemplo de procura em árvore



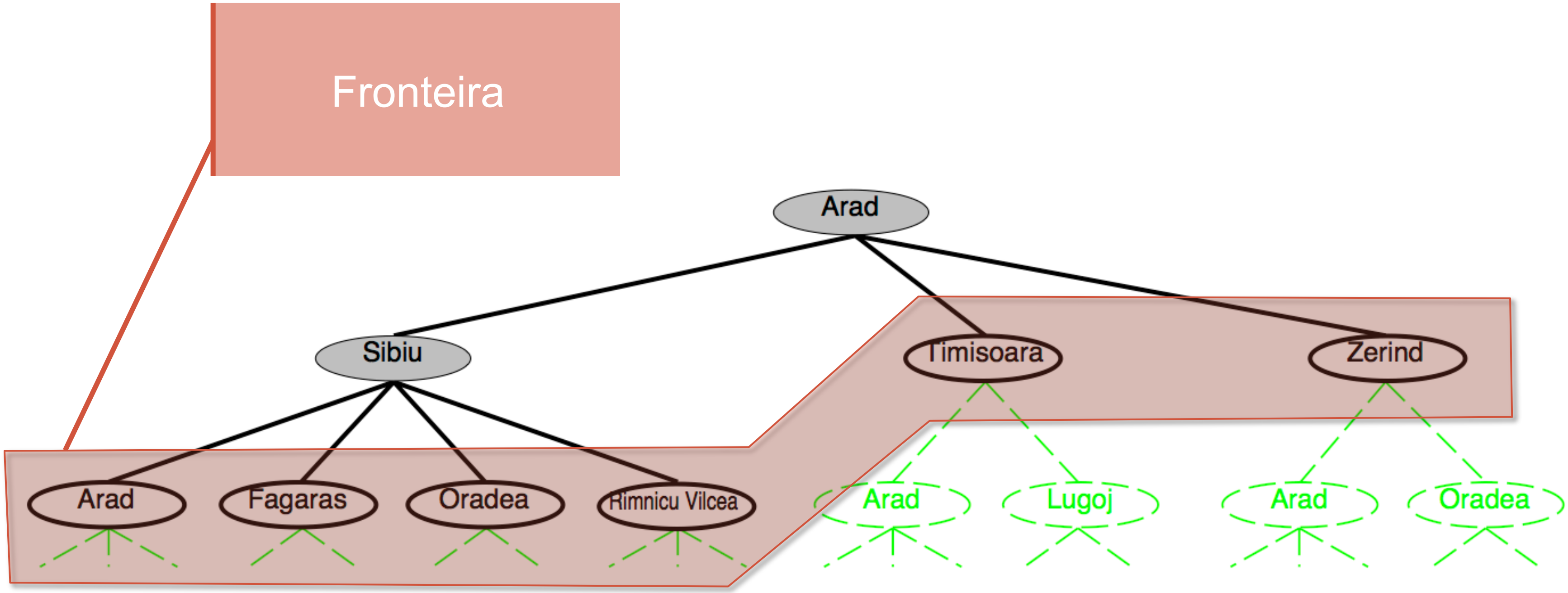
Exemplo de procura em árvore



Exemplo de procura em árvore



Exemplo de procura em árvore



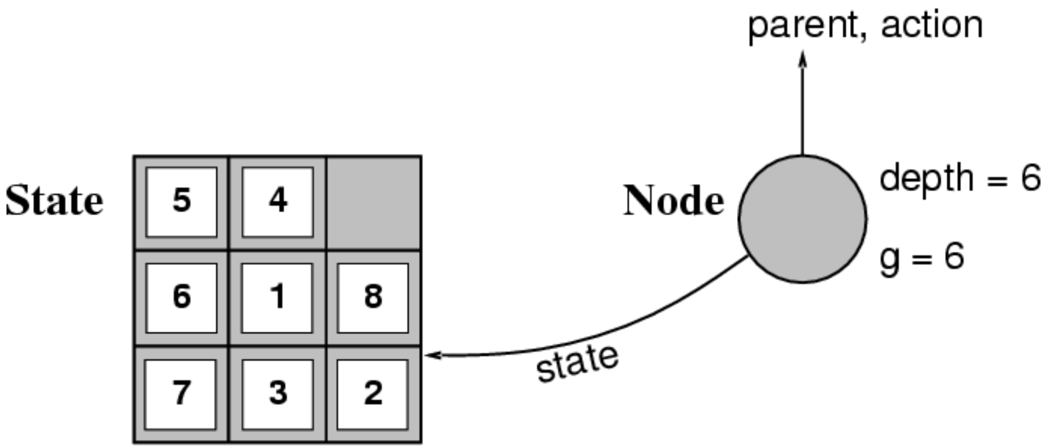
Algoritmos de procura em árvores

- Ideia básica:
  - Simulação *offline* da exploração do espaço de estados através da geração de sucessores de estados já explorados

```
function TREE-SEARCH( problem ) returns a solution, or failure
        initialize the frontier using the initial state of problem
        loop do
            if the frontier is empty then return failure
            choose a leaf node and remove it from the frontier
            if the node contains a goal state then return the corresponding solution
            expand the chosen node, adding the resulting nodes to the frontier
```

Implementação: estados vs. nós

- Um estado é uma (representação de uma) configuração física.
- Um nó é uma estrutura de dados constituinte da árvore de procura incluindo o pai, o estado, e outros detalhes relevantes para o algoritmo, e.g. a ação, a profundidade, o custo de caminho acumulado *g(x), etc...*



- A função `CHILD-NODE` cria um novo nó a partir do pai e da acção a executar.
- Estados não têm pais, acções, profundidade ou custo do caminho!

Implementação: procura genérica em árvores

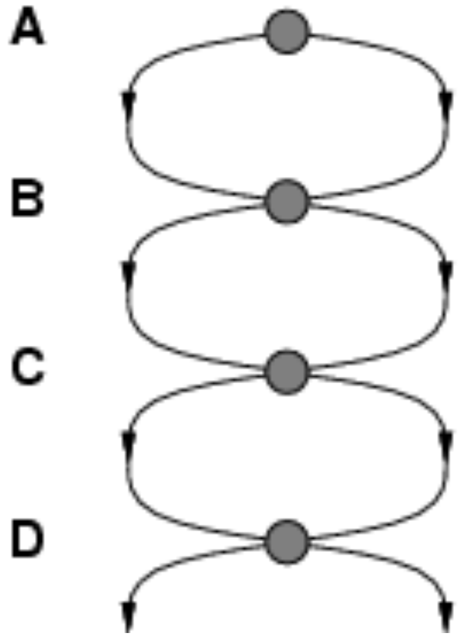
function TREE-SEARCH(*problem, frontier*) **returns** a solution, or failure
    node ← node with STATE = *problem*.INITIAL-STATE, PATH-COST = 0
    frontier ← INSERT(*node*, *frontier*)
    loop do
        if EMPTY?(*frontier*) **return** failure
        node ← POP(frontier)
        if *problem.*GOAL-TEST(*node*.STATE) **then** return SOLUTION(*node*)
        frontier ← INSERT-ALL(EXPAND(*node*,*problem*),*frontier*)

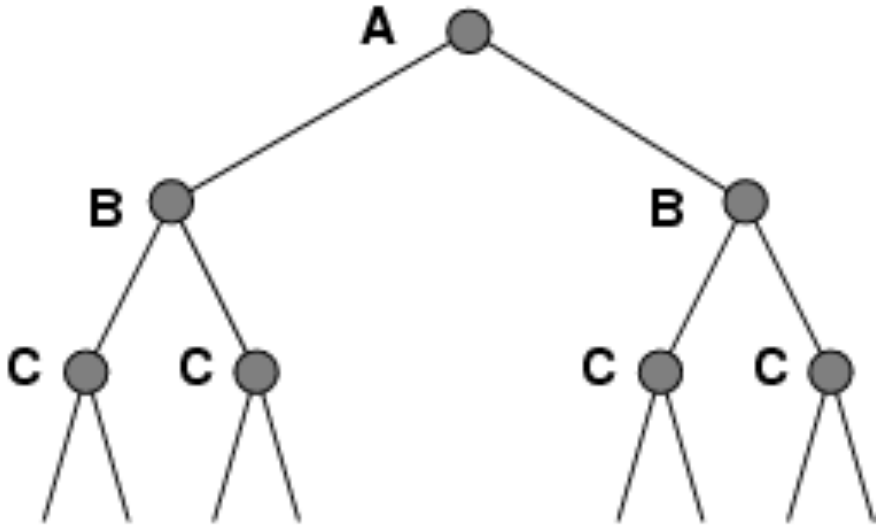
function EXPAND(*node*, *problem*) **returns** a set of nodes
    successors ← the empty set
    for each *action* **in** *problem*.ACTIONS (*node*.STATE) **do**
        s ← CHILD-NODE(*problem*,*node*,*action*)
        add *s* to *successors*
    return *successors*

function CHILD-NODE(*problem*, *par*, *action*) **returns** a node
return a node with
STATE = *problem*.RESULT(*par*.STATE,*action*),
PARENT = *par*, ACTION = *action* , DEPTH ← *parent*.DEPTH+1
PATH-COST = *par*.PATH-COST + *problem*.STEP-COST(*par*.STATE, *action*)

Estados repetidos

- A não detecção de estados repetidos pode tornar um problema linear num problema exponencial!





Procura em grafos

```
function GRAPH-SEARCH( problem, frontier ) returns a solution, or failure
   explored ← an empty set
   node ← node with STATE = problem.INITIAL-STATE, PATH-COST = 0
   frontier ← INSERT(node, frontier)
   loop do
         if EMPTY?(frontier) return failure
         node  ← POP( frontier )
         if problem.GOAL-TEST(node.STATE) then return SOLUTION(node)
         if node.STATE is not in explored then
                  add node.STATE to explored
                  frontier ← INSERT-ALL(EXPAND(node,problem),frontier)
```

Esquema genérico! Pode ser melhorado em algumas circunstâncias.

Estratégias de procura

- Uma estratégia de procura é definida pela ordem de expansão dos nós.
- As estratégias são avaliadas segundo as dimensões:
  - completude: encontra garantidamente uma solução, caso exista?
  - complexidade temporal: número de nós gerados
  - complexidade espacial: número máximo de nós em memória
  - optimalidade: encontra sempre uma solução de custo mínimo?

- A complexidade temporal e espacial são avaliadas em função de
  - b: factor de ramificação máximo da árvore de procura
  - d: profundidade da solução de custo mínimo
  - m: profundidade máxima do espaço de estados (pode ser ∞)

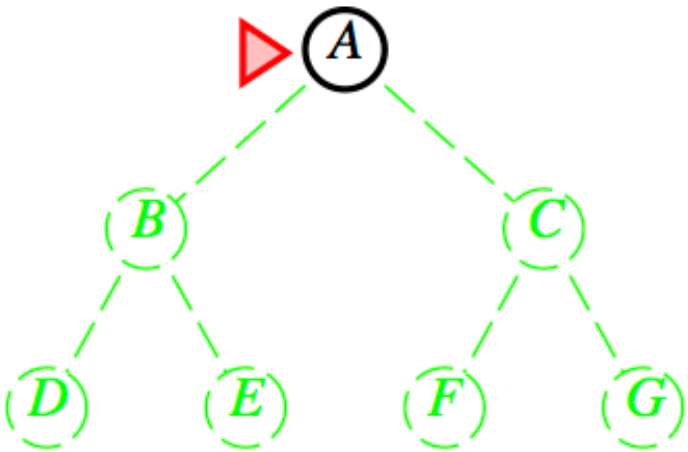
Estratégias de procura cegas

As estratégias de procura cegas (ou não informadas) recorrem apenas à informação disponibilizada no problema

- Procura em largura primeiro (breadth-first)
- Procura de custo uniforme (uniform-cost)
- Procura bidireccional
- Procura em profundidade primeiro (depth-first)
- Procura em profundidade limitada (depth-limited)
- Procura por aprofundamento progressivo (iterative deepening)

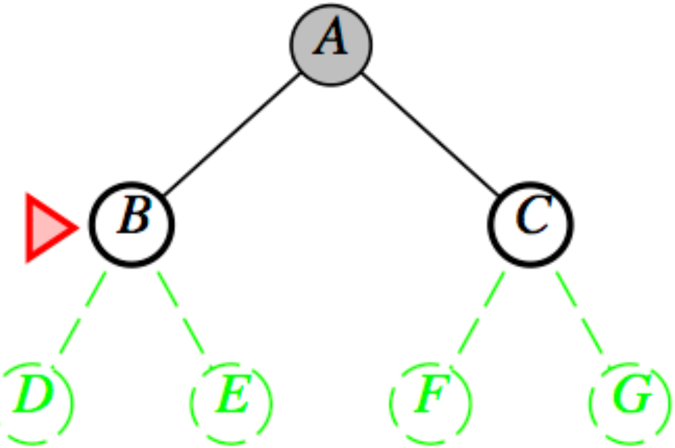
Procura em largura primeiro

- Expandir um nó de menor profundidade
- Implementação: *frontier* é uma fila FIFO; novos sucessores vão para o fim



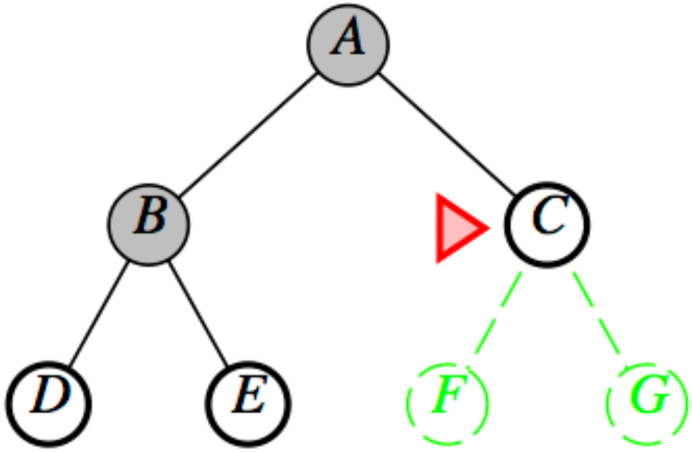
Procura em largura primeiro

- Expandir um nó de menor profundidade
- Implementação: *frontier* é uma fila FIFO; novos sucessores vão para o fim



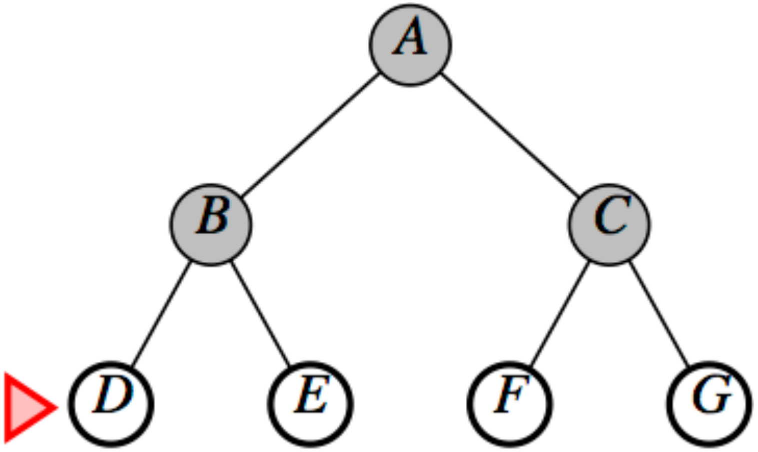
Procura em largura primeiro

- Expandir um nó de menor profundidade
- Implementação: *frontier* é uma fila FIFO; novos sucessores vão para o fim



Procura em largura primeiro

- Expandir um nó de menor profundidade
- Implementação: *frontier* é uma fila FIFO; novos sucessores vão para o fim



Propriedades da procura em largura primeiro

- Completa? Sim (se *b* é finito)
- Tempo? $1+b+b^2+b^3+\ldots+b^d + b(b^d-1) = O(b^{d+1})$
- Espaço? $O(b^{d+1})$ (mantém todos os nós)
- Optimal? Sim, se custo das acções for idêntico

- Espaço é o maior problema (mais do que o tempo)
- A análise anterior só é válida para procura em árvores!

Procura em Largura Primeiro (optimizada)

```
function BREADTH-FIRST-SEARCH( problem ) returns a solution, or failure
  node ← a node with STATE=problem.INITIAL-STATE, PATH-COST = 0
  if problem.GOAL-TEST(node.STATE) then return SOLUTION(node)
  frontier ← a FIFO queue with node as the only element
  explored ← an empty set
  loop do
     if EMPTY?( frontier ) then return failure
     node ← POP( frontier ) /* chooses the shallowest node in frontier */
     add node.STATE to explored
     for each action in problem.ACTIONS(node.STATE) do
          child ← CHILD-NODE( problem , node , action )
          if child.STATE is not in explored or frontier then do
               if problem.GOAL-TEST(child.STATE) then return SOLUTION(child )
               frontier ← INSERT(child , frontier )
```

Complexidade temporal e espacial reduzidas para $O(b^d)$ em vez de $O(b^{d+1})$

Requisitos temporais e espaciais da procura em largura

Profundidade	Nós	Tempo	Memória
2	110	0,11ms	107 Kb
4	11 110	11 ms	10,6 Mb
6	10^6	1,1 seg	1 Gb
8	10^8	2 minutos	103 Gb
10	10^{10}	3 horas	10 Tb
12	10^{12}	13 dias	1 Petabytes
14	10^{14}	3,5 anos	99 Petabytes
16	10^{16}	350 anos	10 Exabytes

b=10 gerando 1.000.000 nós/segundo ocupando 1000 bytes/nó

Procura de custo uniforme

- Expandir o nó por tratar de menor custo
- Implementação:
  - *frontier* = fila ordenada pelo custo do caminho acumulado
- Equivale à procura em largura se custos forem constantes
- Completa? Sim, se custo do passo $\geq \varepsilon$
- Tempo? nº de nós com $g \leq$ custo da solução óptima, $O(b^{1+ceil(C^*/\varepsilon)})$ em que C^* é o custo da solução óptima
- Espaço? nº de nós com $g \leq$ custo da solução óptima, $O(b^{1+ceil(C^*/\varepsilon)})$
- Óptima? Sim – nós expandidos por ordem crescente de $g(n)$
- Espaço continua a ser o maior problema (mais do que o tempo)

Procura de custo uniforme (em grafos)

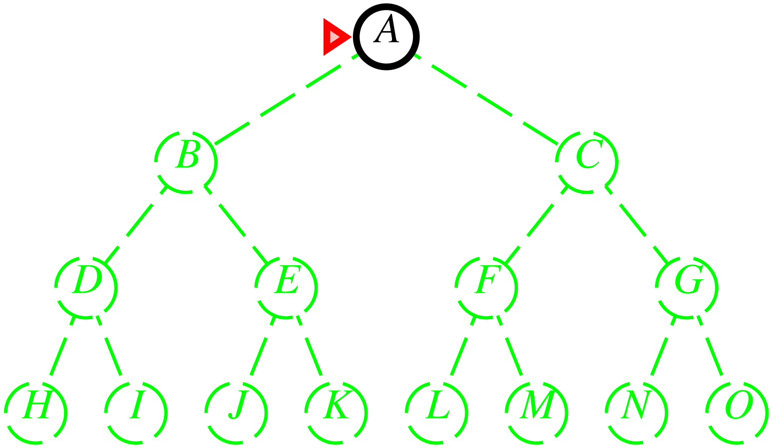
```
function UNIFORM-COST-SEARCH( problem ) returns a solution, or failure
  node ← a node with STATE=problem.INITIAL-STATE, PATH-COST = 0
  frontier ← a priority queue ordered by PATH-COST with node as the only element
  explored ← a singleton set with node.STATE
  loop do
   if EMPTY?( frontier ) then return failure
   node ← POP( frontier ) /* chooses the node with lowest cost in frontier */
   if problem.GOAL-TEST(node.STATE) then return SOLUTION(node)
   add node.STATE to explored
   for each action in problem.ACTIONS(node.STATE) do
           child ← CHILD-NODE( problem , node , action )
           if child.STATE is not in explored or frontier then do
              frontier ← INSERT(child , frontier )
           else if child.STATE is in frontier with higher PATH-COST then
              replace that frontier node with child
```

Se já houver um nó na fronteira com o mesmo estado mas um custo maior, deve ser substituído

O Teste de objectivo volta a ser feito como na versão inicial, pois o primeiro nó com o objectivo pode ser sub-óptimo

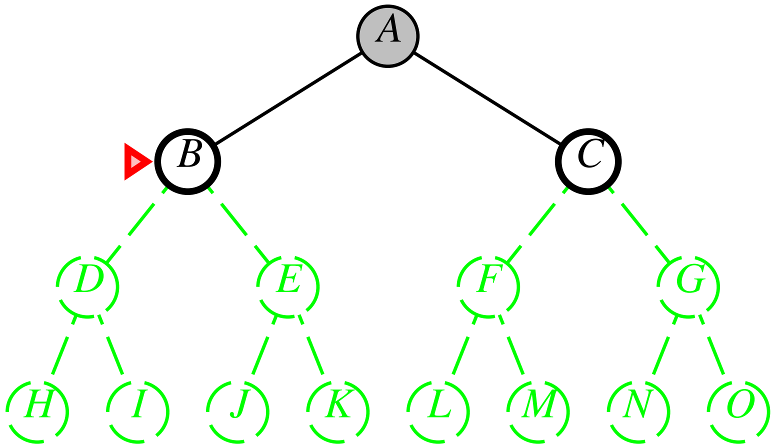
Procura em profundidade primeiro

- Expandir um dos nós mais profundos
- Implementação: *fronteira* = pilha LIFO, i.e., colocar sucessores à frente



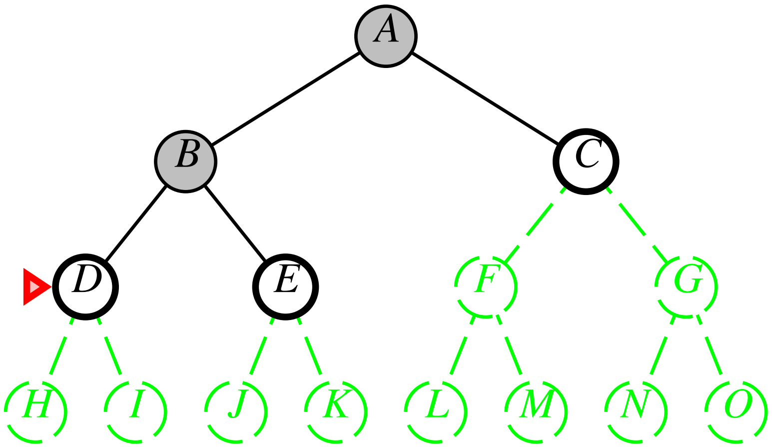
Procura em profundidade primeiro

- Expandir um dos nós mais profundos
- Implementação: *fronteira* = pilha LIFO, i.e., colocar sucessores à frente



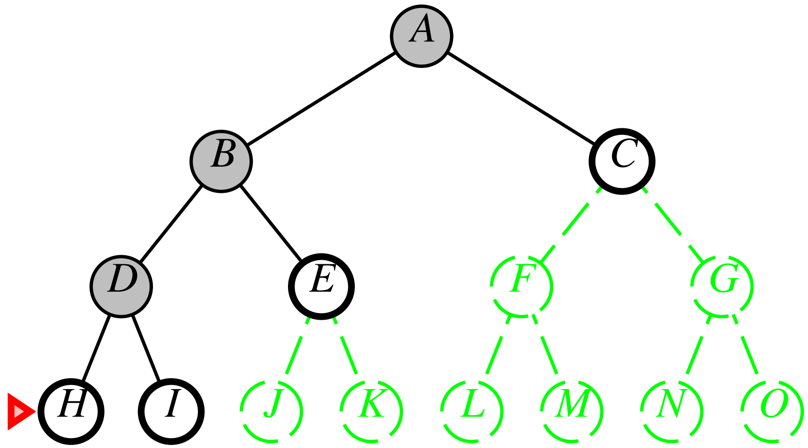
Procura em profundidade primeiro

- Expandir um dos nós mais profundos
- Implementação: *fronteira* = pilha LIFO, i.e., colocar sucessores à frente



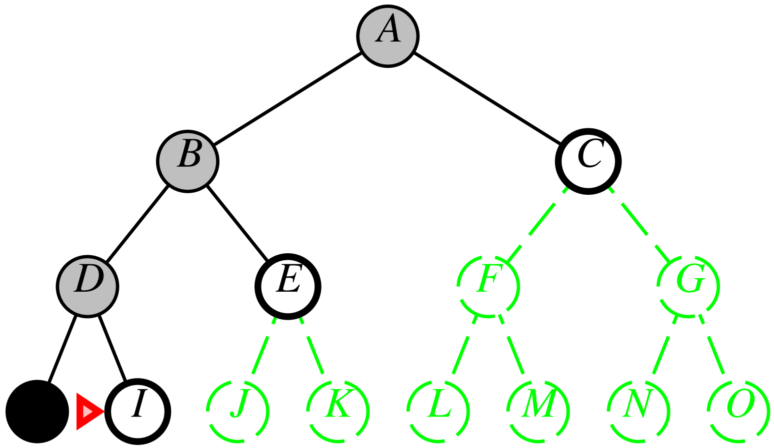
Procura em profundidade primeiro

- Expandir um dos nós mais profundos
- Implementação: *fronteira* = pilha LIFO, i.e., colocar sucessores à frente



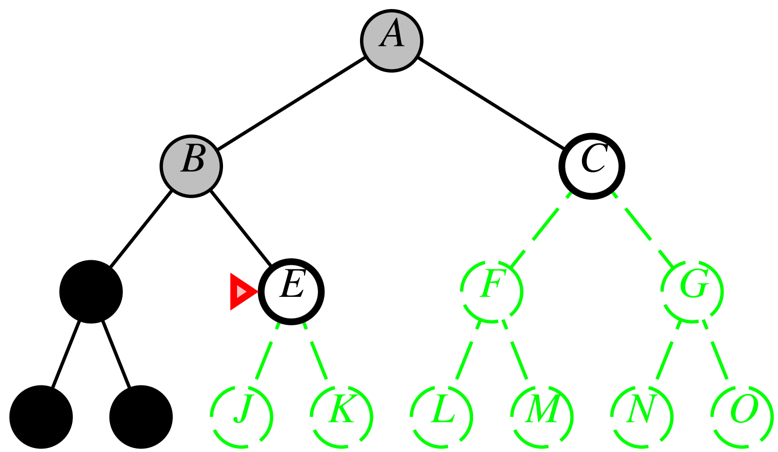
Procura em profundidade primeiro

- Expandir um dos nós mais profundos
- Implementação: *fronteira* = pilha LIFO, i.e., colocar sucessores à frente



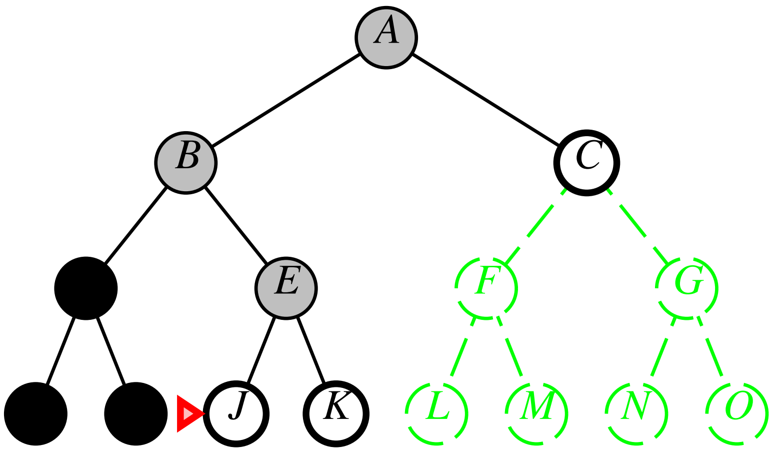
Procura em profundidade primeiro

- Expandir um dos nós mais profundos
- Implementação: *fronteira* = pilha LIFO, i.e., colocar sucessores à frente



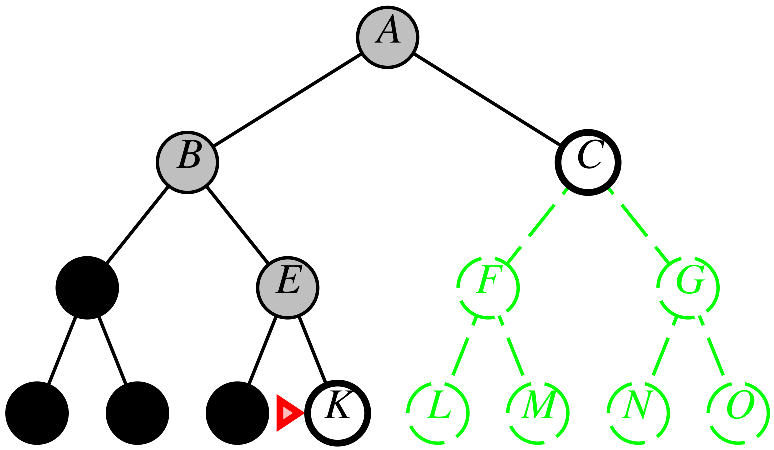
Procura em profundidade primeiro

- Expandir um dos nós mais profundos
- Implementação: *fronteira* = pilha LIFO, i.e., colocar sucessores à frente



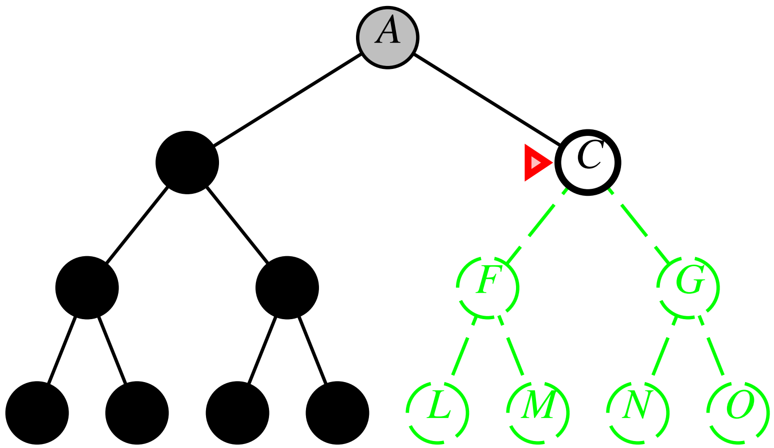
Procura em profundidade primeiro

- Expandir um dos nós mais profundos
- Implementação: *fronteira* = pilha LIFO, i.e., colocar sucessores à frente



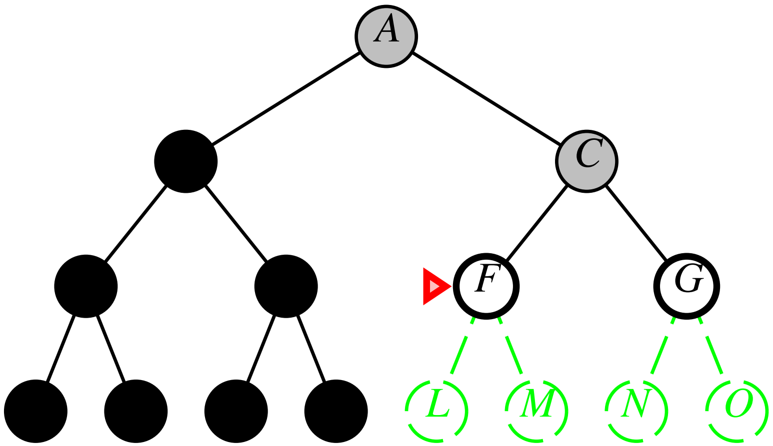
Procura em profundidade primeiro

- Expandir um dos nós mais profundos
- Implementação: *fronteira* = pilha LIFO, i.e., colocar sucessores à frente



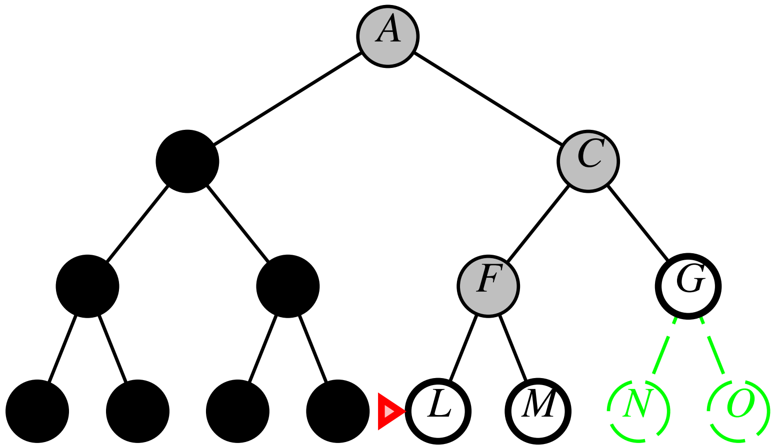
Procura em profundidade primeiro

- Expandir um dos nós mais profundos
- Implementação: *fronteira* = pilha LIFO, i.e., colocar sucessores à frente



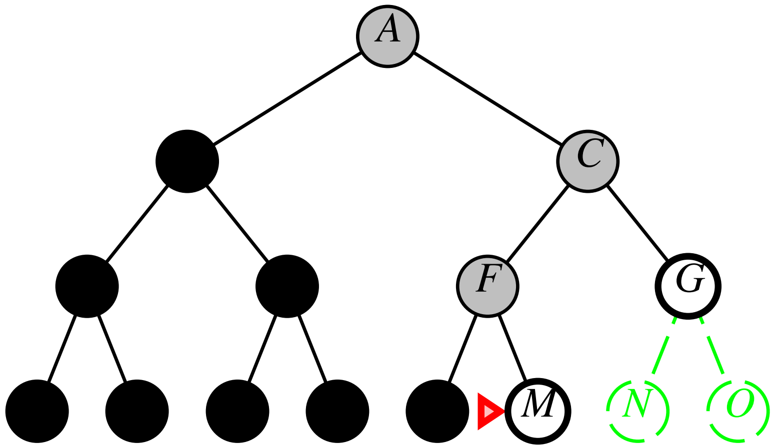
Procura em profundidade primeiro

- Expandir um dos nós mais profundos
- Implementação: *fronteira* = pilha LIFO, i.e., colocar sucessores à frente



Procura em profundidade primeiro

- Expandir um dos nós mais profundos
- Implementação: *fronteira* = pilha LIFO, i.e., colocar sucessores à frente



Procura em profundidade primeiro

- Completa? Não: falha em espaços de profundidade infinita, espaços com ciclos
  - Modificação para evitar estados repetidos no mesmo caminho
  - → completa para espaços finitos

- Tempo? $O(b^m)$: terrível se *m* muito maior do que *d*
  - mas se as soluções são densas, pode ser muito mais eficiente do que a procura em largura primeiro

- Espaço? $O(bm)$, i.e., espaço linear!

- Óptima? Não

Procura de profundidade limitada

= procura em profundidade primeiro com limite de profundidade *l*, i.e., nós à profundidade *l* não têm sucessores

```
function DEPTH-LIMITED-SEARCH(problem,limit) returns solution,or failure/cutoff
return RECURSIVE-DLS(MAKE-NODE(problem.INITIAL-STATE), problem, limit )

function RECURSIVE-DLS(node,problem, limit) returns a solution, or failure/cutoff
        if problem.GOAL-TEST(node.STATE) then return SOLUTION(node)
        else if limit = 0 then return cutoff
        else
          cutoff_occurred? ← false
          for each action in problem.ACTIONS(node.STATE) do
               child ← CHILD-NODE( problem , node , action )
               result ← RECURSIVE-DLS( child , problem , limit−1)
               if result = cutoff then cutoff_occurred? ← true
               else if result ≠ failure then return result
          if cutoff_occurred? then return cutoff else return failure
```

Procura por aprofundamento progressivo

function ITERATIVE-DEEPENING-SEARCH(*problem*) **returns** a solution, or fail-
ure

inputs: *problem*, a problem

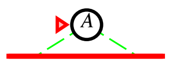
for *depth* $\leftarrow$ 0 **to** ∞ **do**

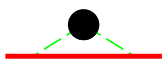
result $\leftarrow$ DEPTH-LIMITED-SEARCH(*problem*, *depth*)

if *result* $\neq$ cutoff **then return** *result*

Aprofundamento progressivo *l* =0

Limit = 0

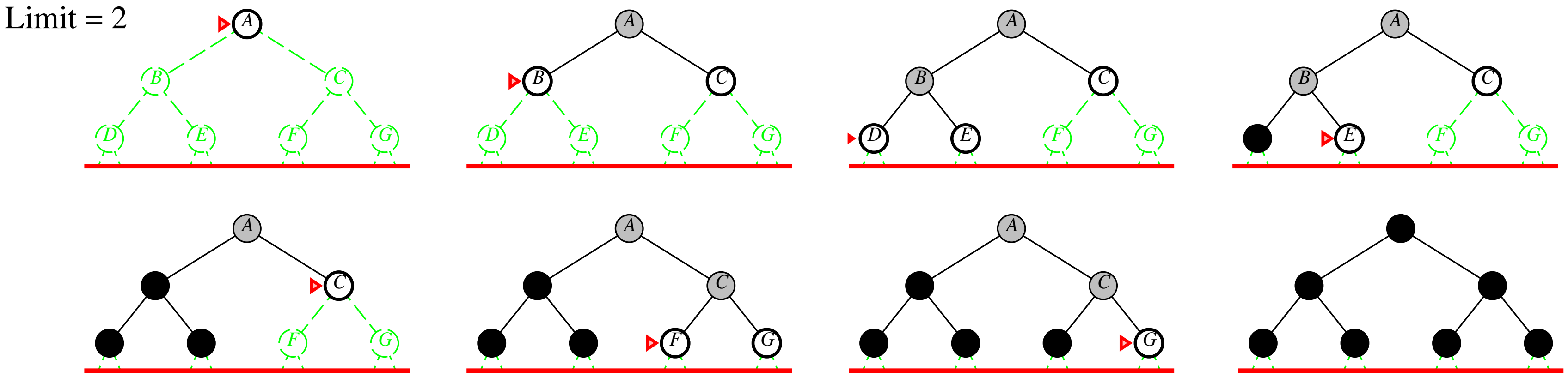




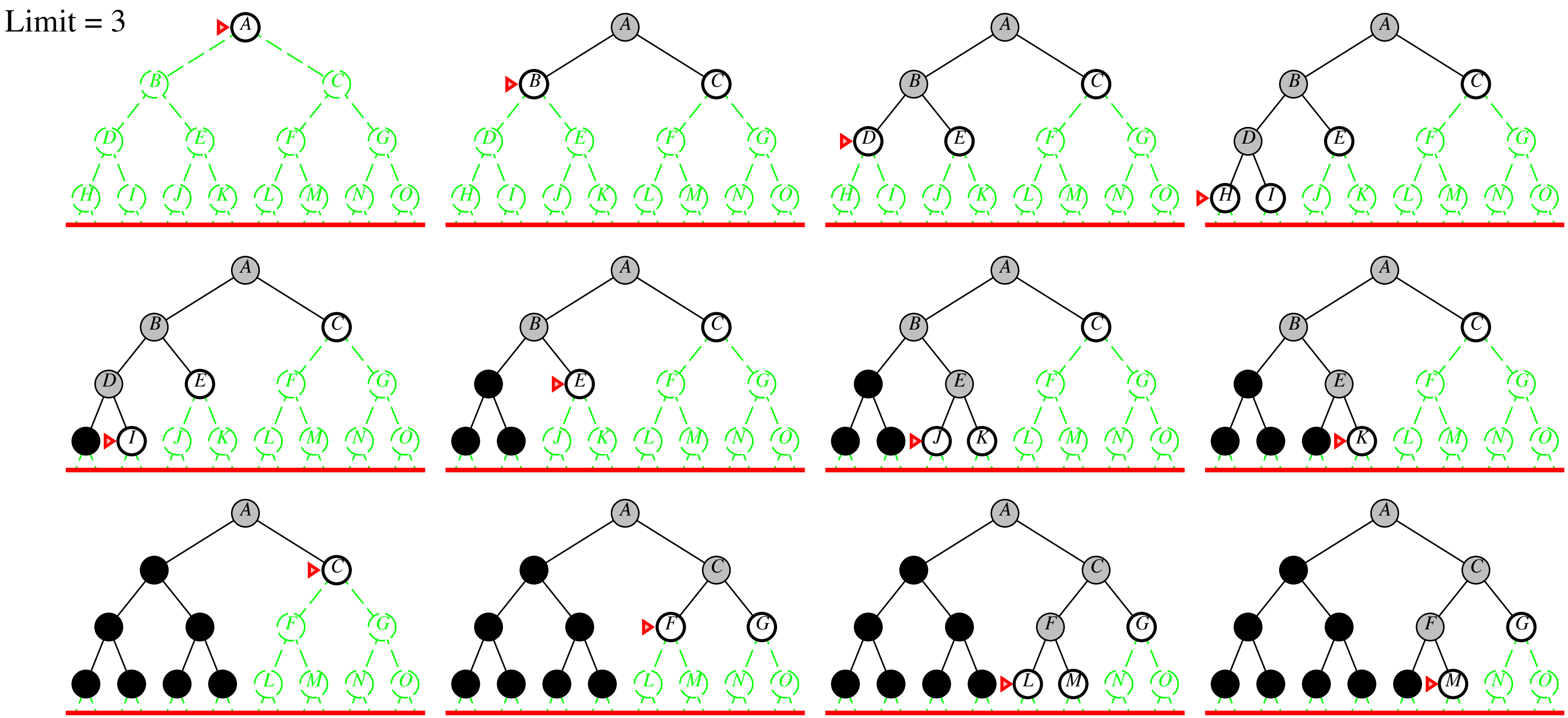
Aprofundamento progressivo *l* =1

Limit = 1

Aprofundamento progressivo *l* =2



Aprofundamento progressivo *l* =3



Procura por aprofundamento progressivo

- Completa? Sim
- Tempo?
  $(d+1)b^0 + d\, b^1 + (d-1)b^2 + \ldots + b^d = O(b^d)$
  NB: Estamos a contabilizar nós gerados!
- Espaço? $O(bd)$
- Óptima? Sim, se custos constantes

Comparação estratégias (nós gerados)

- Número de nós gerados com profundidade limitada *d* e factor ramificação *b*:

$$N_{DLS} = b^0 + b^1 + b^2 + \ldots + b^{d-2} + b^{d-1} + b^d$$

$$N_{BFS} = b^0 + b^1 + b^2 + \ldots + b^{d-2} + b^{d-1} + (b^d - b)$$

- Número de nós gerados em aprofundamento progressivo com profundidade *d* e factor ramificação *b*:

$$N_{IDS} = (d+1)b^0 + d\,b^1 + (d-1)b^2 + \ldots + 3b^{d-2} + 2b^{d-1} + 1b^d$$

- Para $b = 10$, $d = 5$,
  - Largura Primeiro: $N_{BFS} = 1 + 10 + 100 + 1.000 + 10.000 + (100.000 – 10) = 111.101$
  - Profundidade Limitada: $N_{DLS} = 1 + 10 + 100 + 1.000 + 10.000 + 100.000 = 111.111$
  - Aprofundamento Progressivo: $N_{IDS} = 6 + 50 + 400 + 3.000 + 20.000 + 100.000 = 123.456$

- Sobrecarga IDS/DLS e IDS/BFS = (123.456 – 111.111)/111.111 = 11% ≈ b/(b-1)

Sumário de procura em árvore

Critério	Breadth-First	Uniform-Cost	Depth-First	Depth-Limited	Iterative Deepening	Bidirecional (se aplicável)
Completa ?	Sim[a]	Sim[a,b]	Não	Não	Sim[a]	Sim[a,d]
Tempo	$O(b^d)$	$O(b^{1+ceil(C^*/\varepsilon)})$	$O(b^m)$	$O(b^l)$	$O(b^d)$	$O(b^{d/2})$
Espaço	$O(b^d)$	$O(b^{1+ceil(C^*/\varepsilon)})$	$O(bm)$	$O(bl)$	$O(bd)$	$O(b^{d/2})$
Óptima?	Sim[c]	Sim	Não	Não	Sim[c]	Sim[c,d]

[a] completa se o factor de ramificação for finito

[b] completa se custos do passo $\geq \varepsilon$ para ε positivo (não nulo!)

[c] óptima se custo do caminho for monótono na profundidade da árvore (e.g. custos constantes e idênticos)

[d] se ambas as direções utilizarem procura em largura primeiro

Optimalidade de procura em grafos

O algoritmo de procura em grafos ignora novos caminhos para o mesmo estado, portanto a questão da optimalidade não é imediata

- Para grafos com custos de passos constantes, quer a procura em largura primeiro quer a procura de custo uniforme com conjunto de nós explorados garantem a solução óptima.

- Se a inserção na fronteira adicionar apenas nós correspondentes a estados não expandidos e mantiver o nó com o menor custo total na fronteira, então a procura de custo uniforme com lista fechada (explorados) é óptima (ver atrás). Muito semelhante ao algoritmo de Dijkstra para encontrar o melhor caminho num grafo dirigido.

Complexidade de procura em grafos

- A procura em profundidade primeiro torna-se completa para espaços finitos.
- Claramente, no pior caso, a complexidade espacial para qualquer dos algoritmos básicos de procura passa a ser da ordem b^{d+1} quando se utiliza o conjunto de nós explorados.
- Recorrendo ao conjunto de nós explorados, a complexidade dos algoritmos de procura é limitada pelo número de estados no espaço de procura e não pelo número de caminhos nesse espaço. Para alguns problemas, pode resultar em diminuições exponenciais em tempo e espaço.
- Contudo, em espaços de procura muito grandes pode continuar a ser proibitivo.

Implementação dos algoritmos

- O conjunto de estados explorados é habitualmente implementado com uma tabela de dispersão (hash table).
- Quanto à fronteira, normalmente opta-se por:
  - Quando o grafo de estados é esparso (número reduzido de nós sucessores limitados por uma constante pequena), opta-se por uma fila de prioridade (priority queue). Complexidade temporal $O(N * log_2 N + L * log_2 N)$, em que N o número de estados e L o número de arcos. Esta é a situação habitual:
    - No pior caso têm de se retirar N nós da fila de prioridade, cada uma destas operações da ordem de $log_2 N$
    - São necessárias no pior caso L inserções na fila de prioridade, cada uma com custo $log_2 N$.
  - Quando o grafo de estados é denso, então deve-se utilizar uma lista ou tabela de dispersão (hash table). Complexidade temporal da ordem de $O(N^2 + L)$
    - Retirar o nó com menor custo é operação O(N), no máximo N vezes.
    - A inserção de um nó sucessor na fronteira pode ser feita com uma operação de O(1)

Comparação implementações

N	Densidade	L	N*log N + L * log N	N*N+L	Rácio
10	1%	1	**37**	101	0,36
10	10%	10	**66**	110	0,60
10	**50%**	50	199	**150**	1,33
10	**90%**	90	332	**190**	1,75
10	**100%**	100	365	**200**	1,83
100	1%	100	**1329**	10100	0,13
100	10%	1000	**7308**	11000	0,66
100	**50%**	5000	33884	**15000**	2,26
100	**90%**	9000	60459	**19000**	3,18
100	**100%**	10000	67103	**20000**	3,36
1000	1%	10000	**109624**	1010000	0,11
1000	10%	100000	**1006544**	1100000	0,92
1000	**50%**	500000	4992858	**1500000**	3,33
1000	**90%**	900000	8979172	**1900000**	4,73
1000	**100%**	1000000	9975750	**2000000**	4,99
10000	1%	1000000	**13420590**	101000000	0,13
10000	**10%**	10000000	133010001	**110000000**	1,21
10000	**50%**	50000000	664518496	**150000000**	4,43
10000	**90%**	90000000	1196026991	**190000000**	6,29
10000	**100%**	100000000	1328904115	**200000000**	6,64
100000	1%	100000000	**1662625011**	10100000000	0,16
100000	**10%**	1000000000	16611301438	**11000000000**	1,51
100000	**50%**	5000000000	83049863336	**15000000000**	5,54
100000	**90%**	9000000000	149488425234	**19000000000**	7,87
100000	**100%**	10000000000	166098065708	**20000000000**	8,30

Sumário

- A formulação do problema normalmente requer uma abstração dos detalhes da realidade para definir um espaço de estados que possa ser explorado
- Variedade de estratégias de procura cega
- Procura de aprofundamento progressivo usa apenas espaço linear e da mesma ordem de grandeza temporal do que outros algoritmos de procura cega. É o algoritmo de escolha para procura cega.
- Procura bidirecional pode reduzir enormemente a complexidade temporal, mas nem sempre é aplicável e requer espaço exponencial.