

Transformações Geométricas (Exercícios)

2019-20

Fernando Birra

Transformação de Enquadramento (2D)

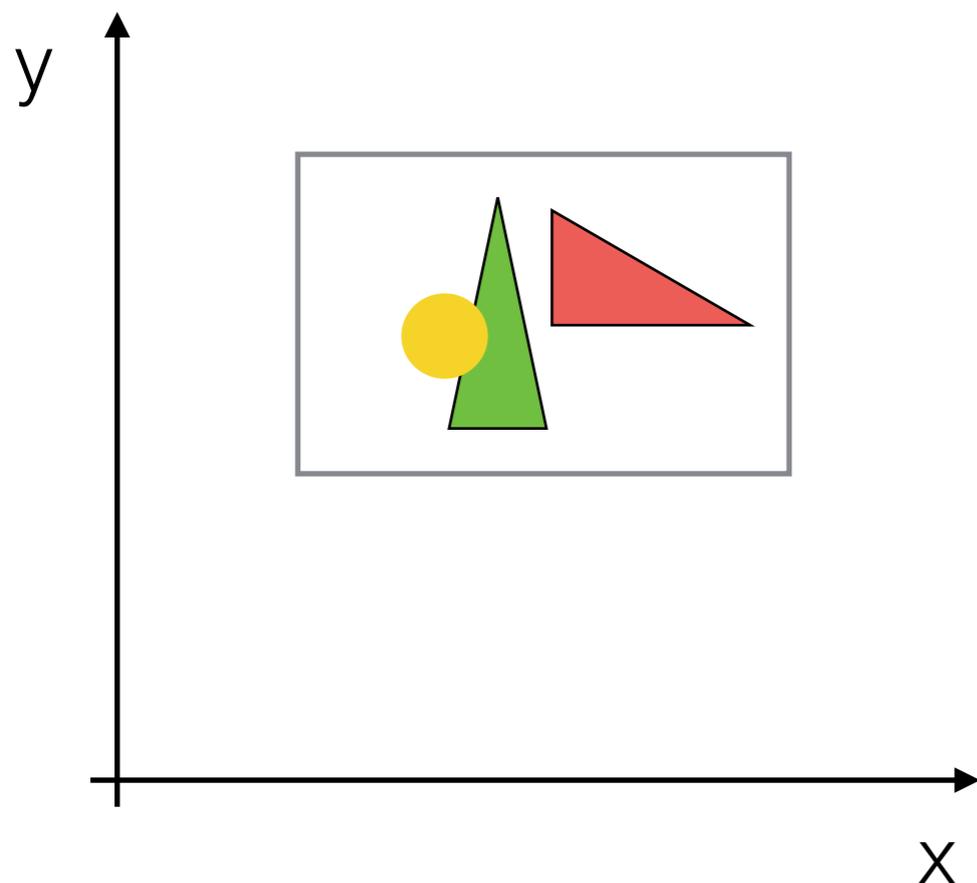
- Um problema recorrente na visualização 2D, é o da passagem do referencial do mundo (**W**orld **C**oordinates), para o referencial do dispositivo (**D**evice **C**oordinates) onde se vai proceder à visualização.
- Como a superfície de visualização (dispositivo) possui uma área limitada, com forma retangular, o problema pode ser colocado como uma transformação duma área retangular definida em **WC**, designada por **janela (window)**, numa outra, também retangular, definida em **DC** e designada por **visor (viewport)**

Transformação de Enquadramento (2D)

- Dada uma janela definida em WC, bem como um visor, definido em DC (Device coordinates), determinar a transformação geométrica que transforma pontos do modelo (WC) para as suas posições no dispositivo (DC).
- A definição, quer da janela, quer do visor, é feita através dos seus limites.
- Distinguir 2 casos:
 - A. Dispositivo com origem no canto inferior esquerdo;
 - B. Dispositivo com origem no canto superior esquerdo.

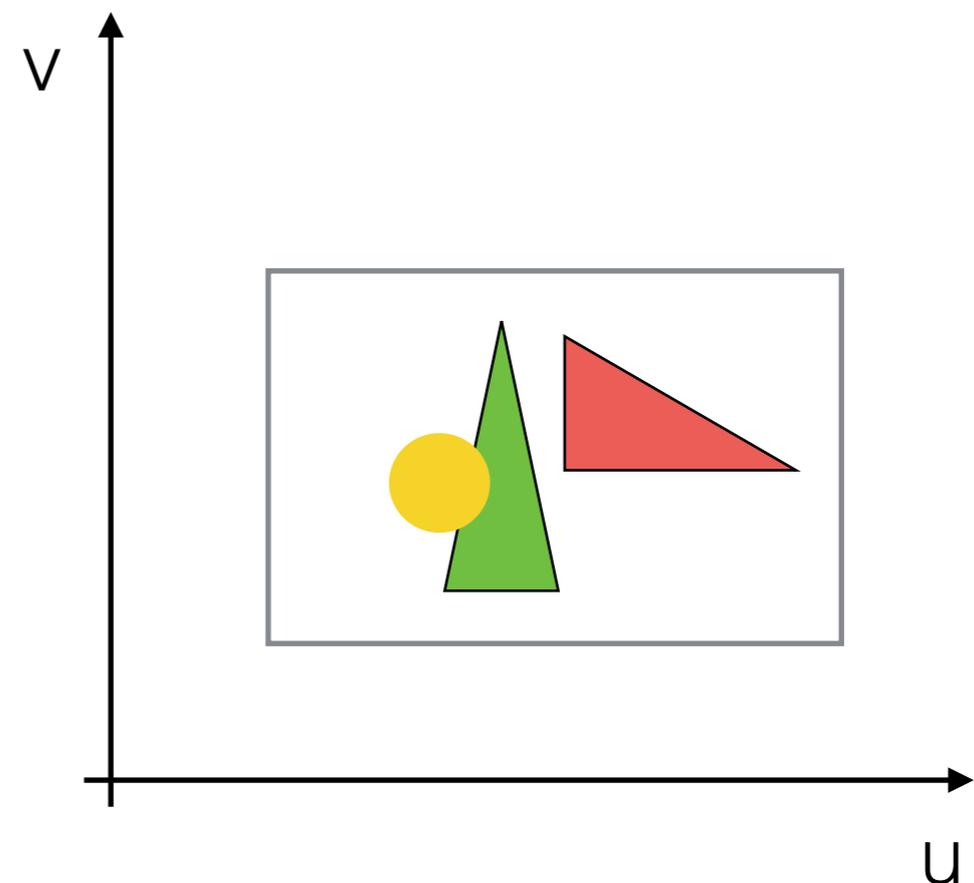
Enquadramento Janela-Visor (Caso A)

WC - World Coordinates



Referencial associado ao modelo/cena que se pretende visualizar. As coordenadas são dependentes do problema e podem ser dadas em metros, centímetros, unidades astronómicas, anos luz, microns, etc.

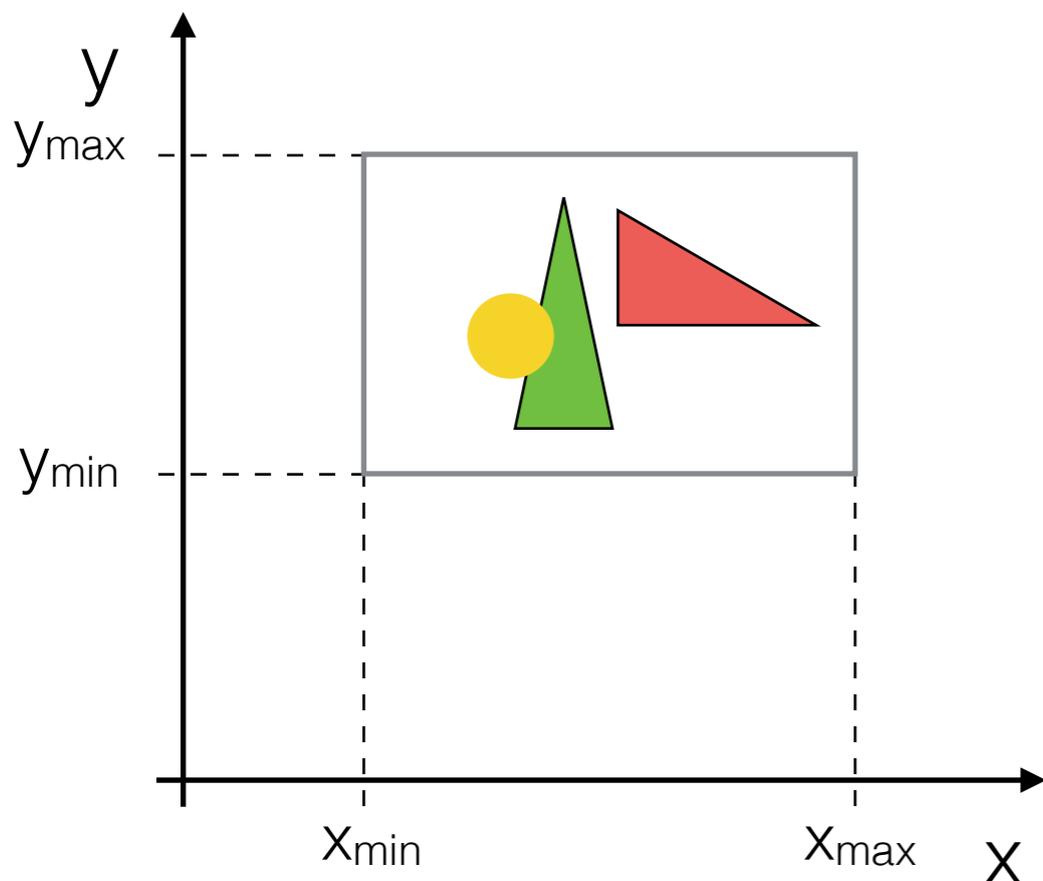
DC - Device Coordinates



Referencial associado ao dispositivo ou a uma área disponível do mesmo. Exemplos: ecrã, janela duma aplicação no ecrã, canvas numa página HTML, página A4 numa impressora, etc. As coordenadas são as do dispositivo.

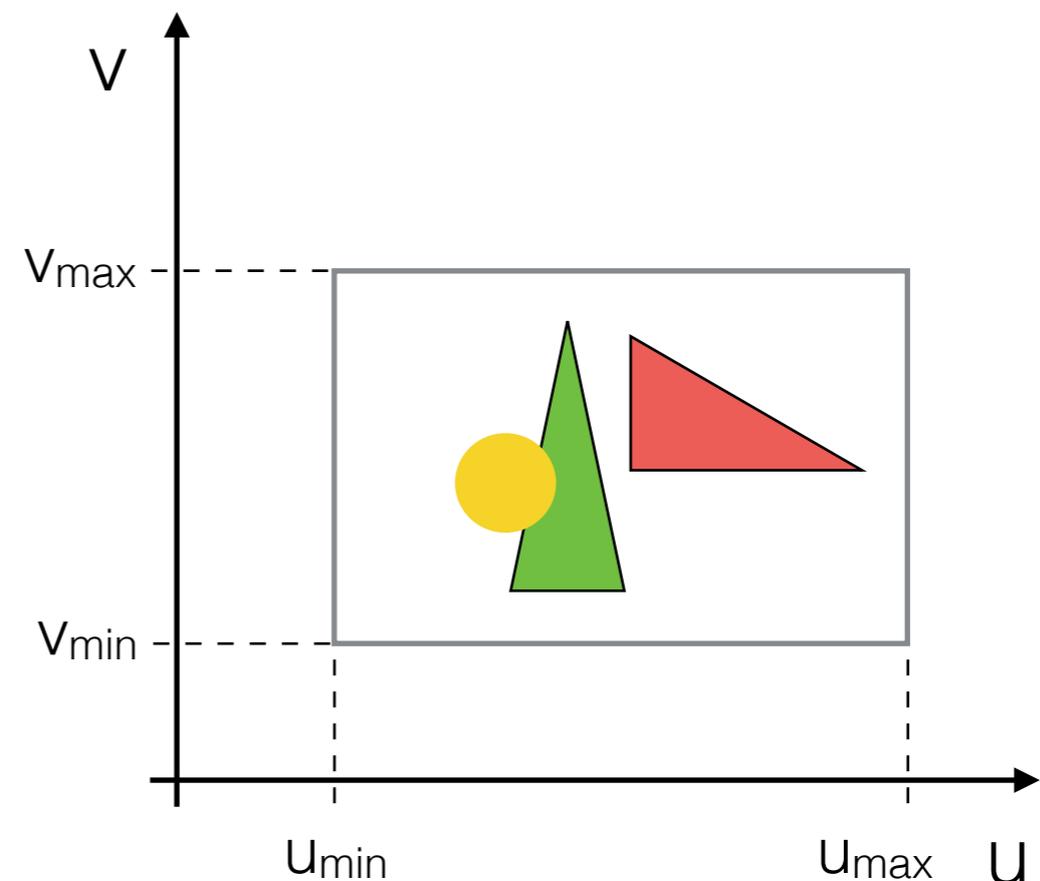
Enquadramento Janela-Visor (Caso A)

WC - World Coordinates



Limites da janela

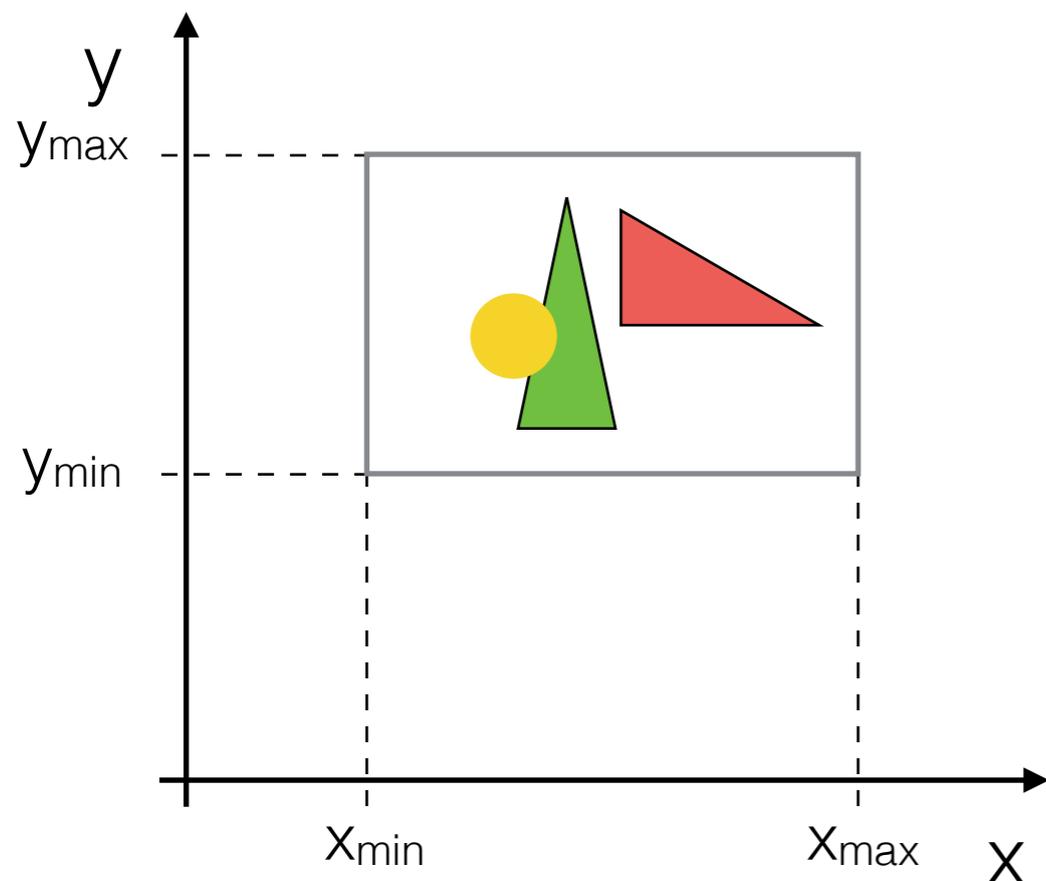
DC - Device Coordinates



Limites do visor

Enquadramento Janela-Visor (Caso A)

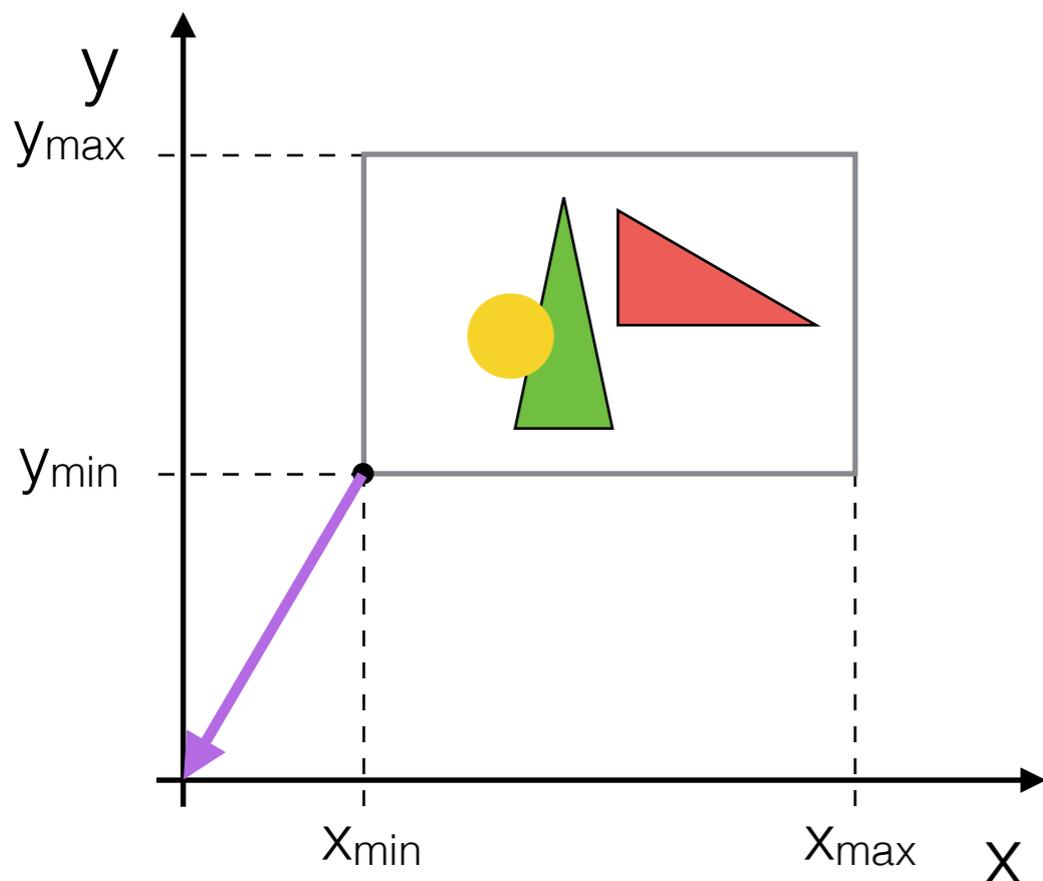
WC - World Coordinates



Escolher um **ponto de referência** (por exemplo, o canto inferior esquerdo) e **aplicar uma translação** para o colocar na **origem** do referencial

Enquadramento Janela-Visor (Caso A)

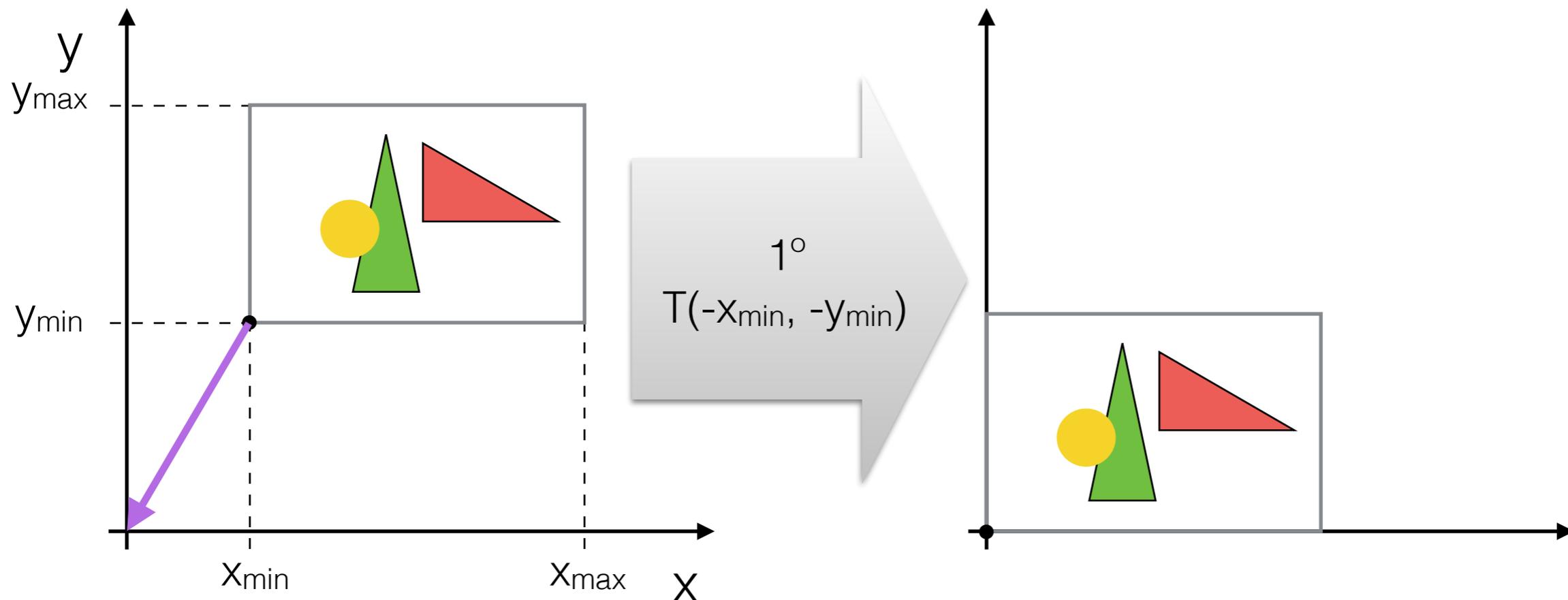
WC - World Coordinates



Escolher um **ponto de referência** (por exemplo, o canto inferior esquerdo) e **aplicar uma translação** para o colocar na **origem** do referencial

Enquadramento Janela-Visor (Caso A)

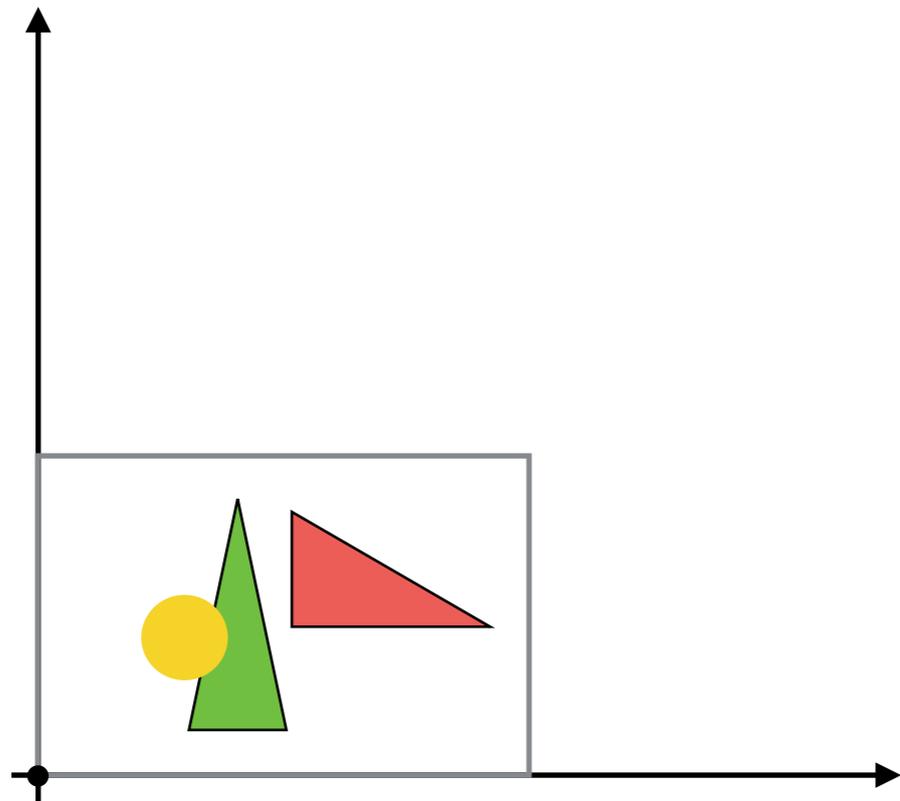
WC - World Coordinates



Escolher um **ponto de referência** (por exemplo, o canto inferior esquerdo) e **aplicar uma translação** para o colocar na **origem** do referencial

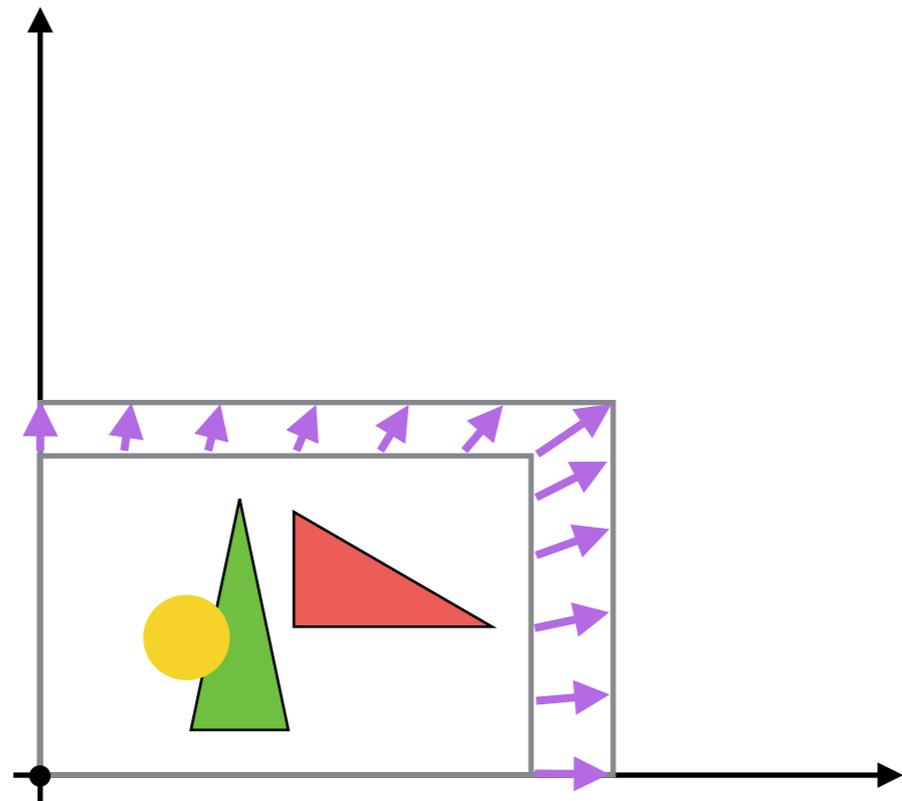
O nosso retângulo inicial está agora, com as **mesmas dimensões** iniciais, mas com o **ponto de referência** na **origem** do referencial

Enquadramento Janela-Visor (Caso A)



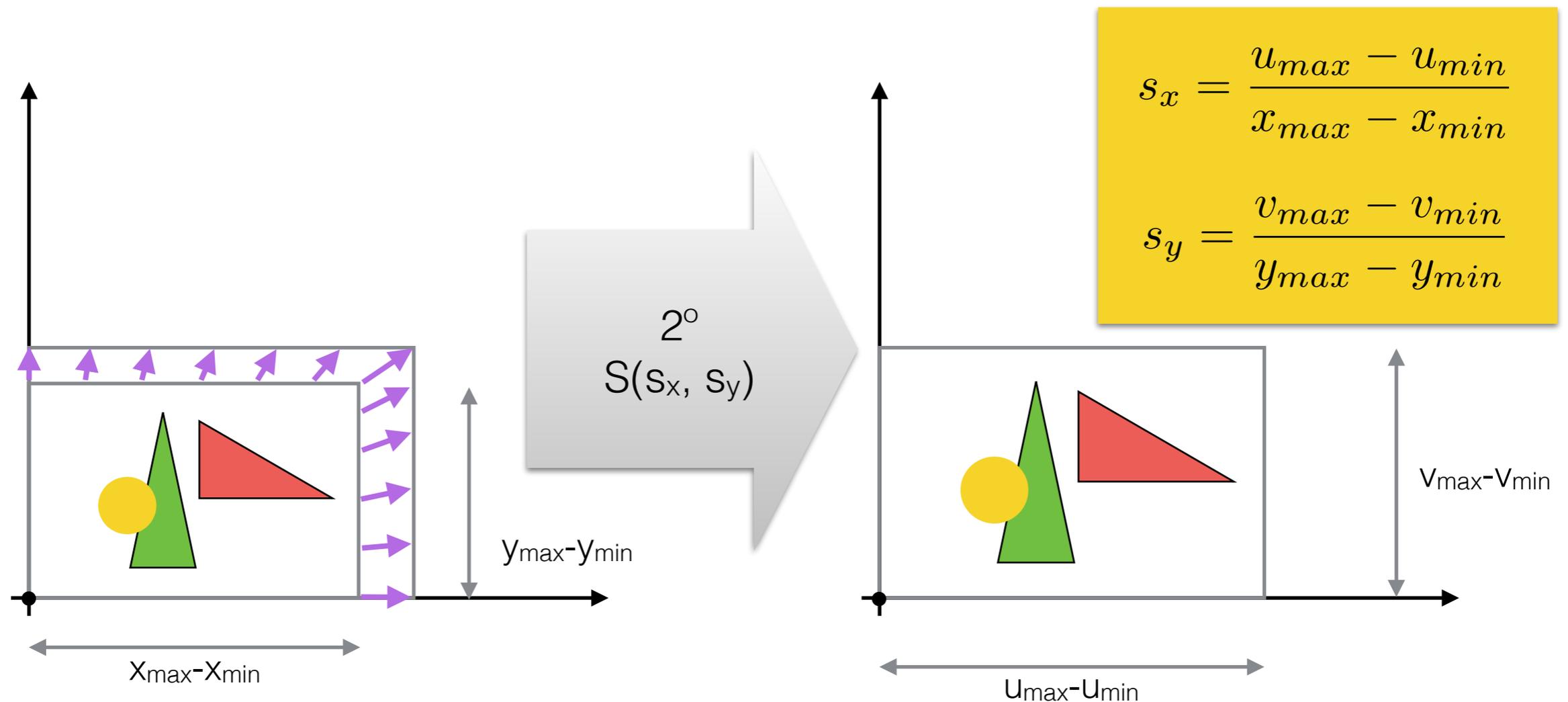
Aplicar uma mudança de escala para transformar as dimensões do retângulo inicial nas dimensões do retângulo final

Enquadramento Janela-Visor (Caso A)



Aplicar uma mudança de escala para **transformar as dimensões** do retângulo inicial nas dimensões do retângulo final

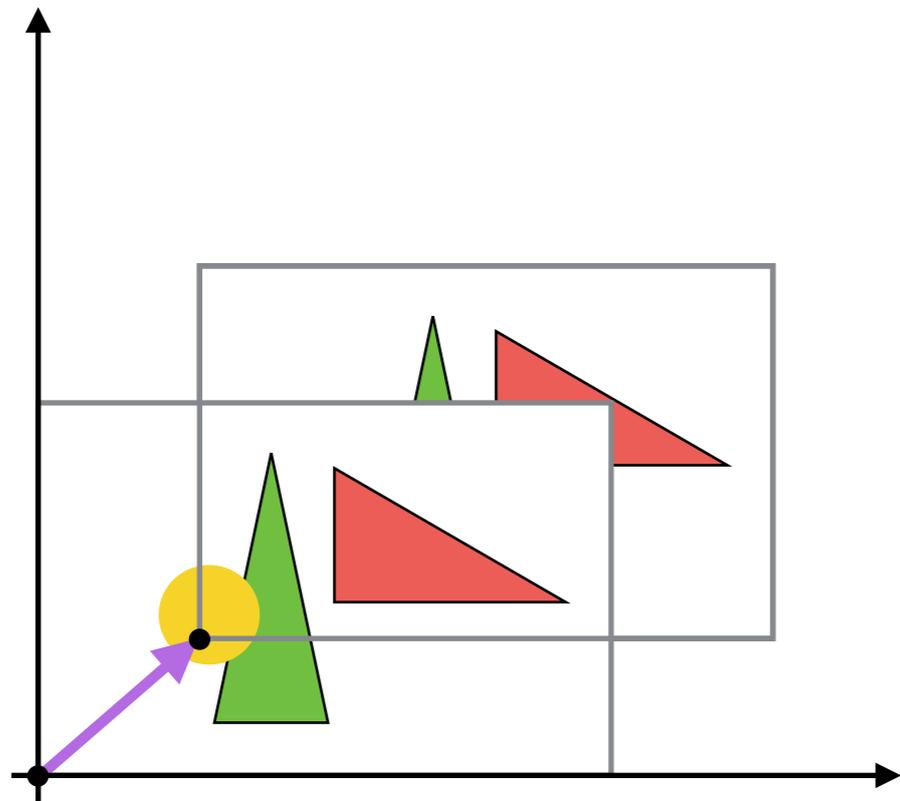
Enquadramento Janela-Visor (Caso A)



Aplicar uma mudança de escala para transformar as dimensões do retângulo inicial nas dimensões do retângulo final

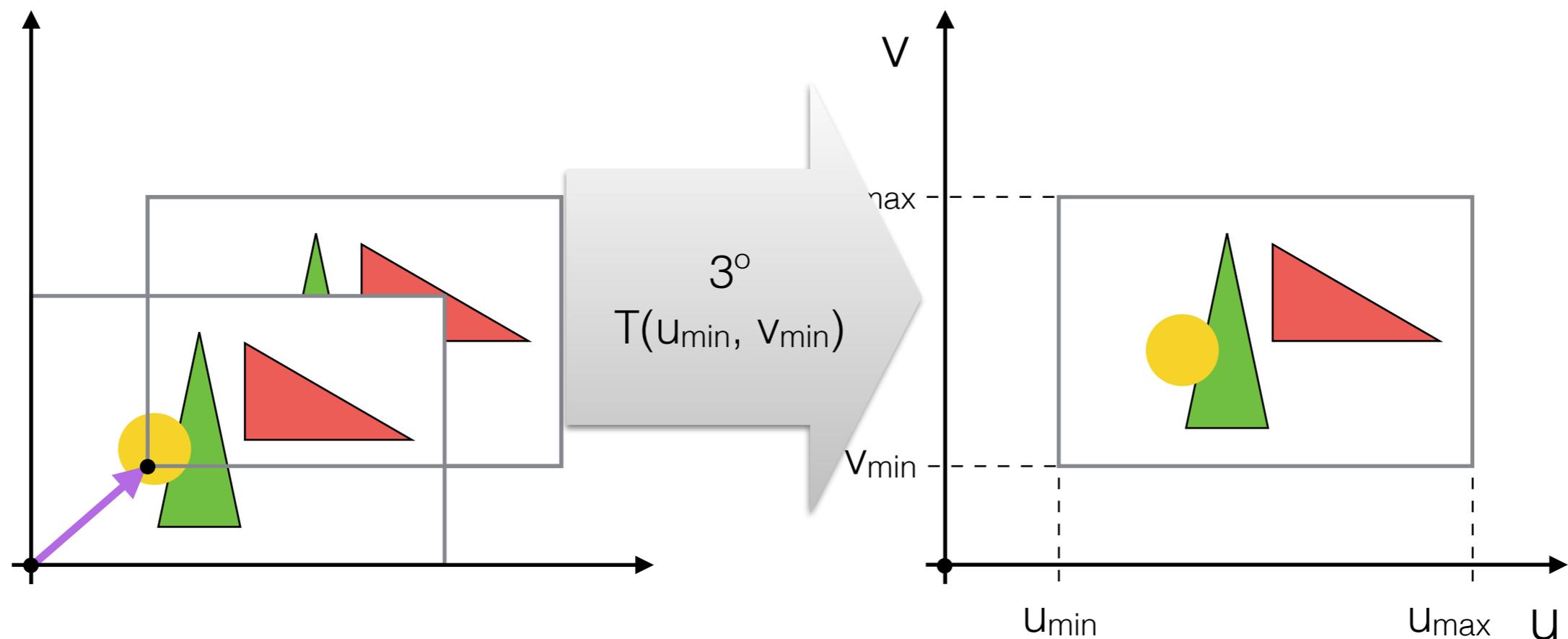
O retângulo continua com o ponto de referência na origem, mas já possui as dimensões finais pretendidas

Enquadramento Janela-Visor (Caso A)



Basta agora deslocar o retângulo para a sua posição final. O ponto de referência, agora na origem, deve deslocar-se para (U_{min}, V_{min})

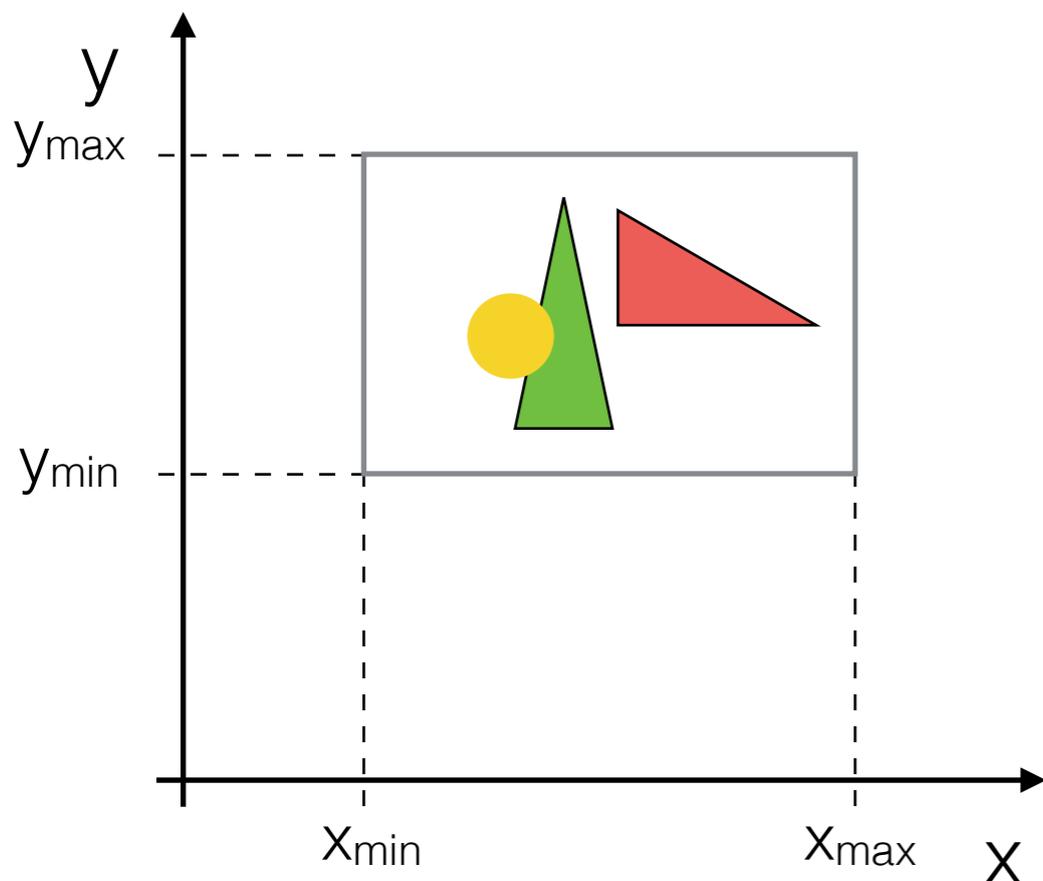
Enquadramento Janela-Visor (Caso A)



Basta agora deslocar o retângulo para a sua posição final. O ponto de referência, agora na origem, deve deslocar-se para (U_{min}, V_{min})

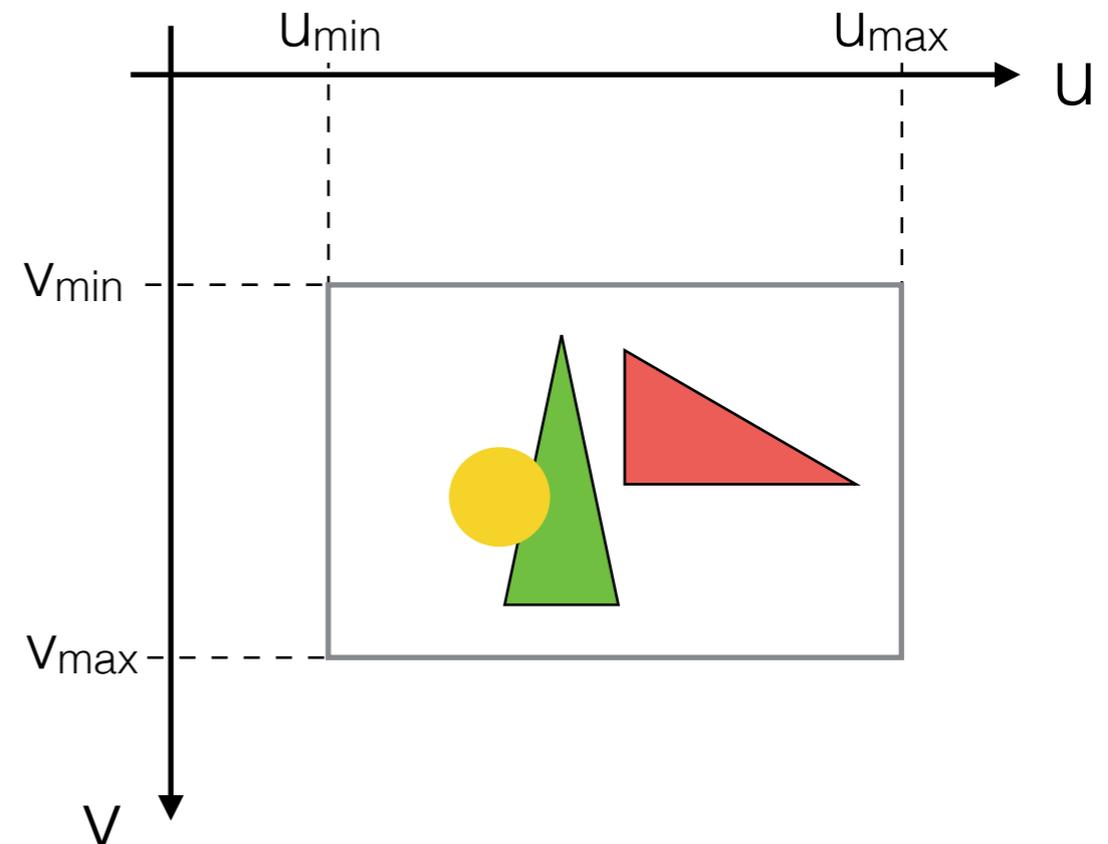
Enquadramento Janela-Visor (Caso B)

WC - World Coordinates



Referencial associado ao modelo/cena que se pretende visualizar. As coordenadas são dependentes do problema e podem ser dadas em metros, centímetros, unidades astronómicas, anos luz, microns, etc.

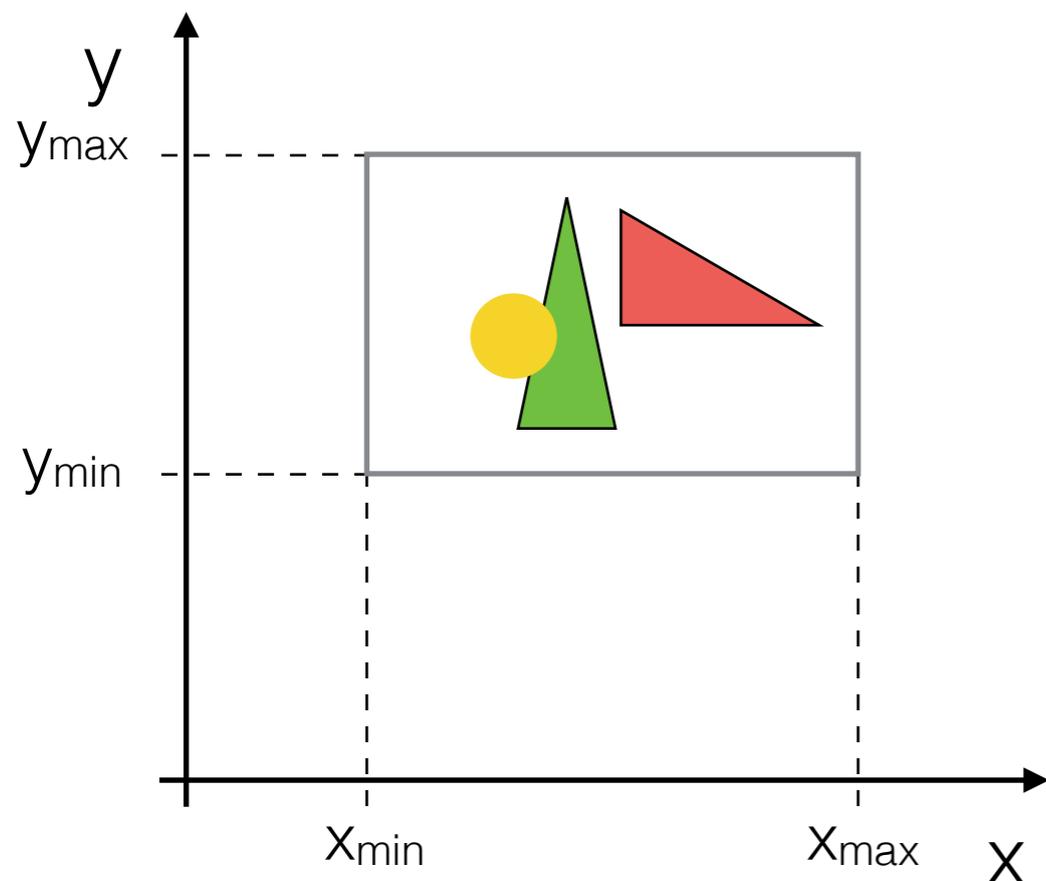
DC - Device Coordinates



Referencial associado ao dispositivo ou a uma área disponível do mesmo. Exemplos: ecrã, janela duma aplicação no ecrã, canvas numa página HTML, página A4 numa impressora, etc. As coordenadas são as do dispositivo.

Enquadramento Janela-Visor (Caso B)

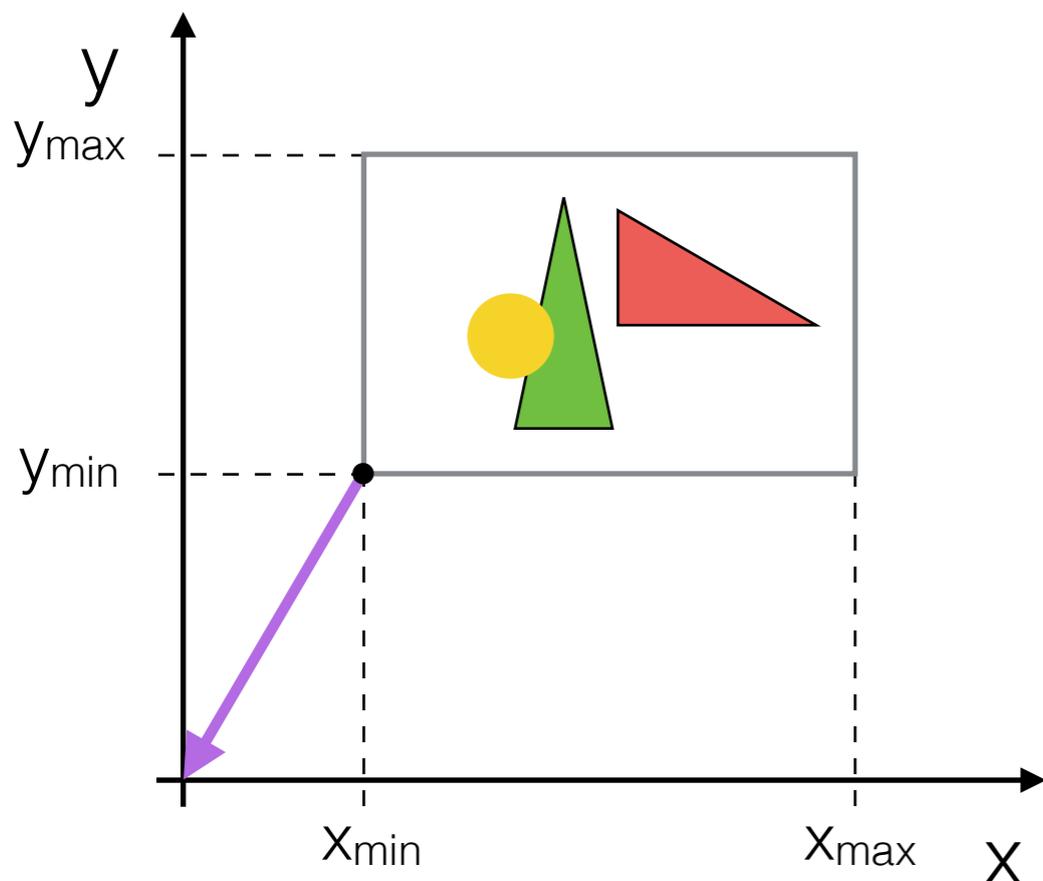
WC - World Coordinates



Escolher um **ponto de referência** (por exemplo, o canto inferior esquerdo) e **aplicar uma translação** para o colocar na **origem** do referencial

Enquadramento Janela-Visor (Caso B)

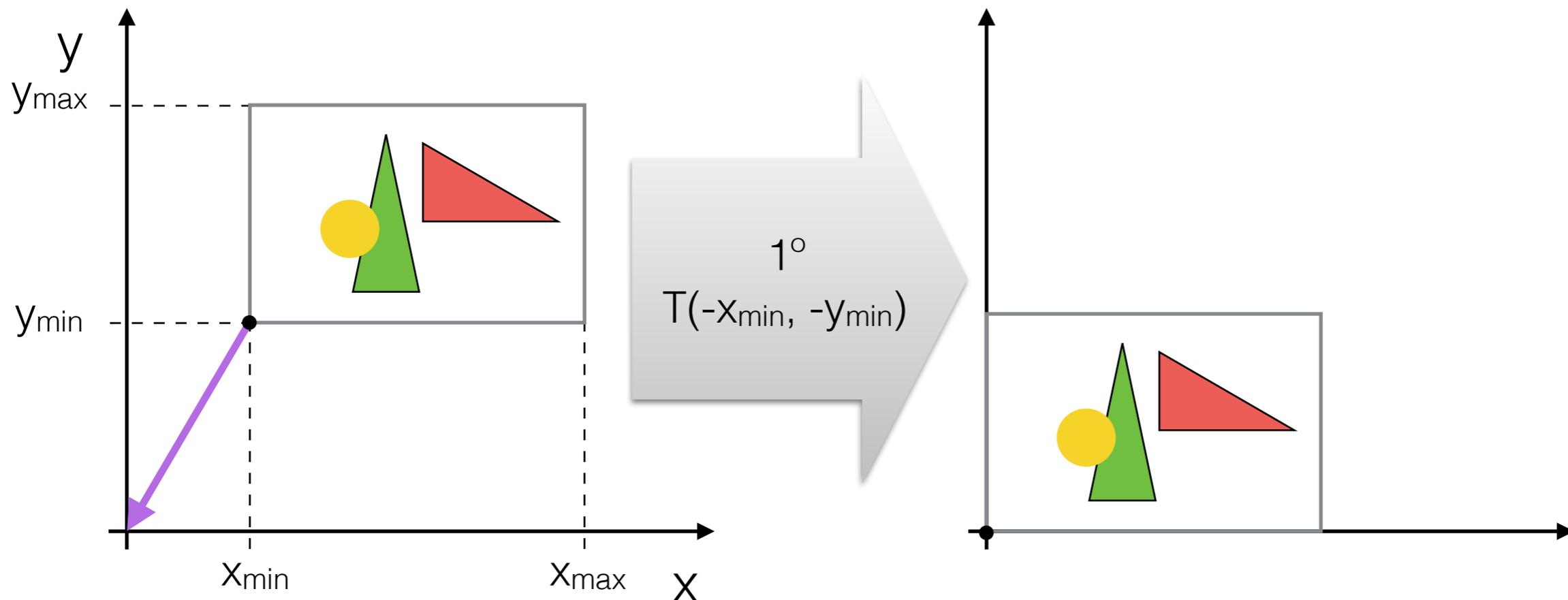
WC - World Coordinates



Escolher um **ponto de referência** (por exemplo, o canto inferior esquerdo) e **aplicar uma translação** para o colocar na **origem** do referencial

Enquadramento Janela-Visor (Caso B)

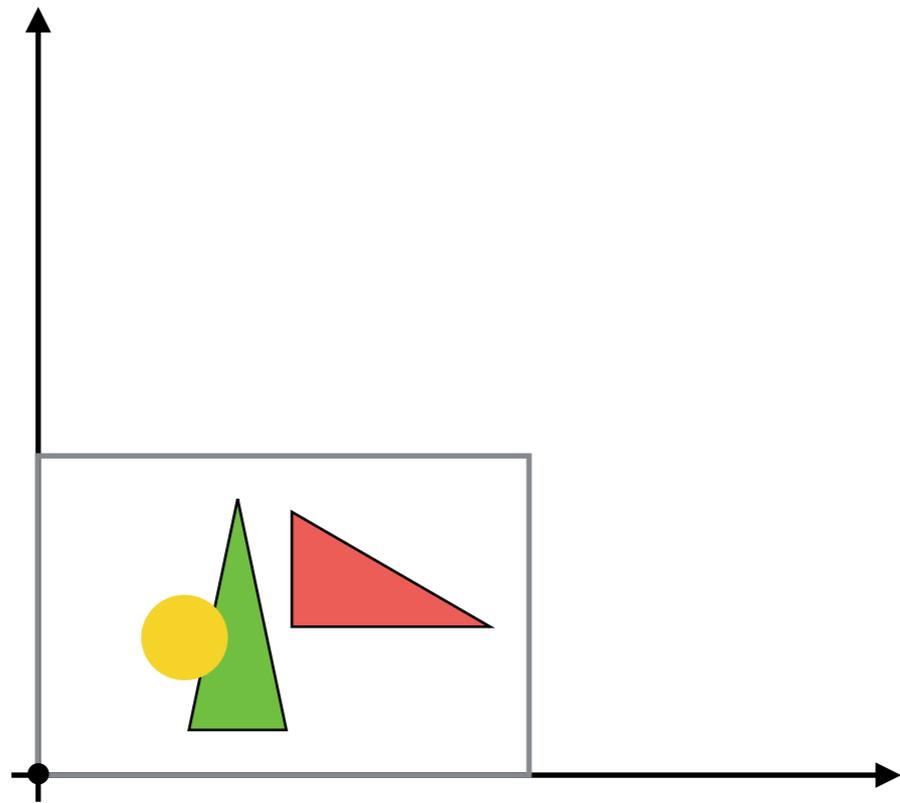
WC - World Coordinates



Escolher um **ponto de referência** (por exemplo, o canto inferior esquerdo) e **aplicar uma translação** para o colocar na **origem** do referencial

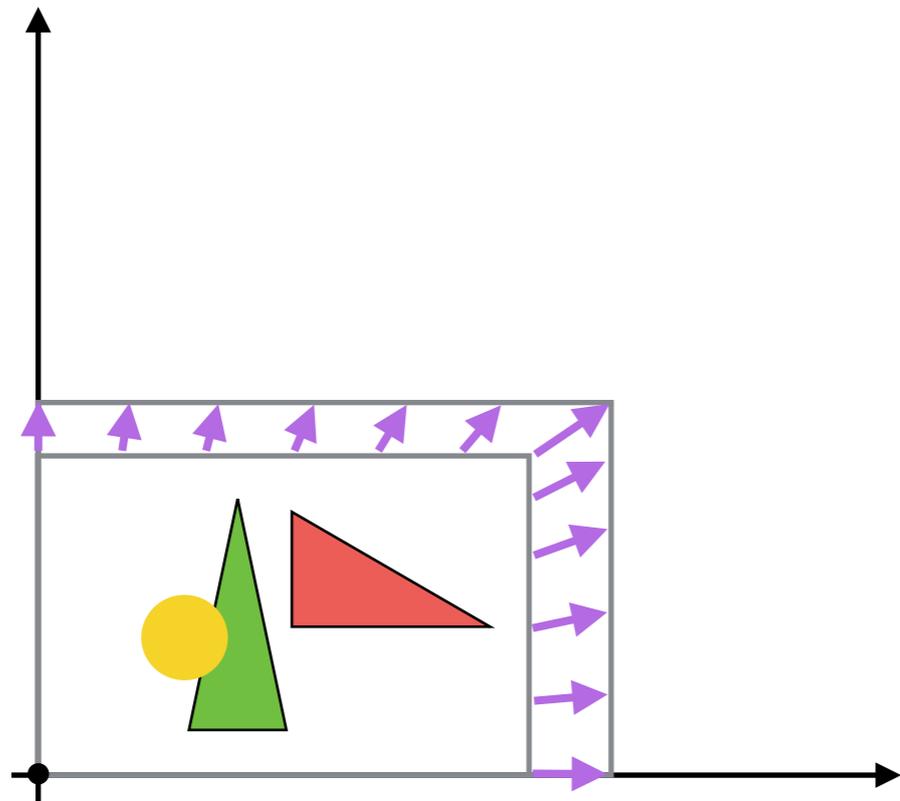
O nosso retângulo inicial está agora, com as **mesmas dimensões** iniciais, mas com o **ponto de referência** na **origem** do referencial

Enquadramento Janela-Visor (Caso B)



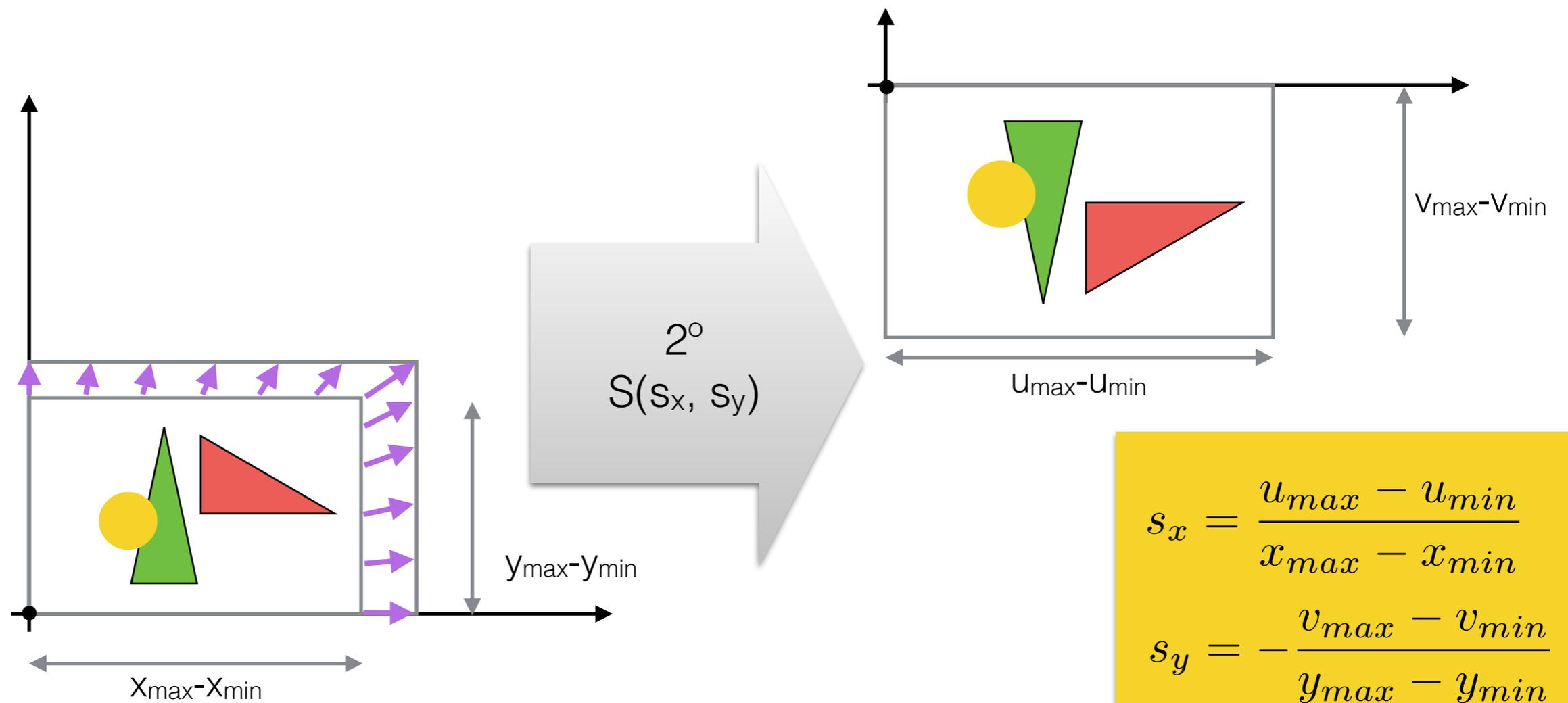
Aplicar uma mudança de escala para **transformar as dimensões** do retângulo inicial nas dimensões do retângulo final

Enquadramento Janela-Visor (Caso B)



Aplicar uma mudança de escala para **transformar as dimensões** do retângulo inicial nas dimensões do retângulo final

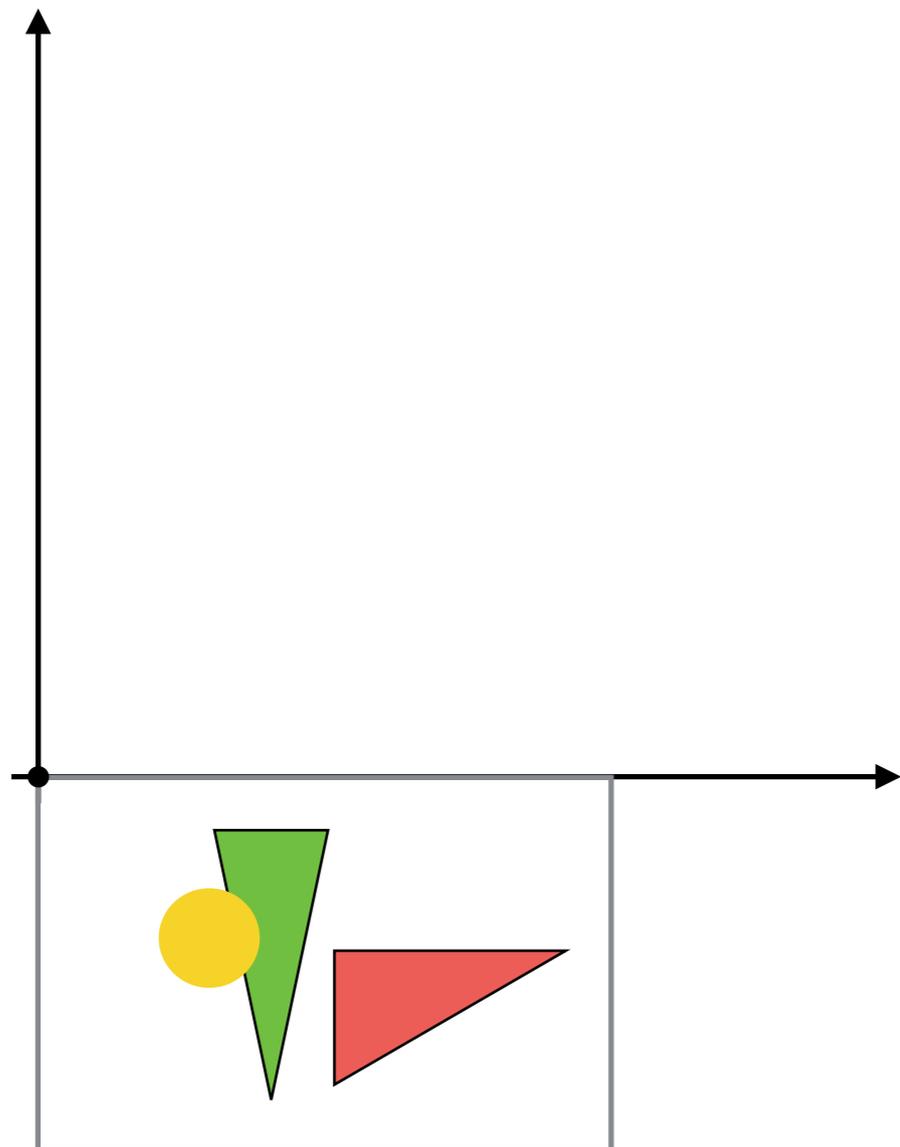
Enquadramento Janela-Visor (Caso B)



Aplicar uma mudança de escala para **transformar as dimensões** do retângulo inicial nas dimensões do retângulo final

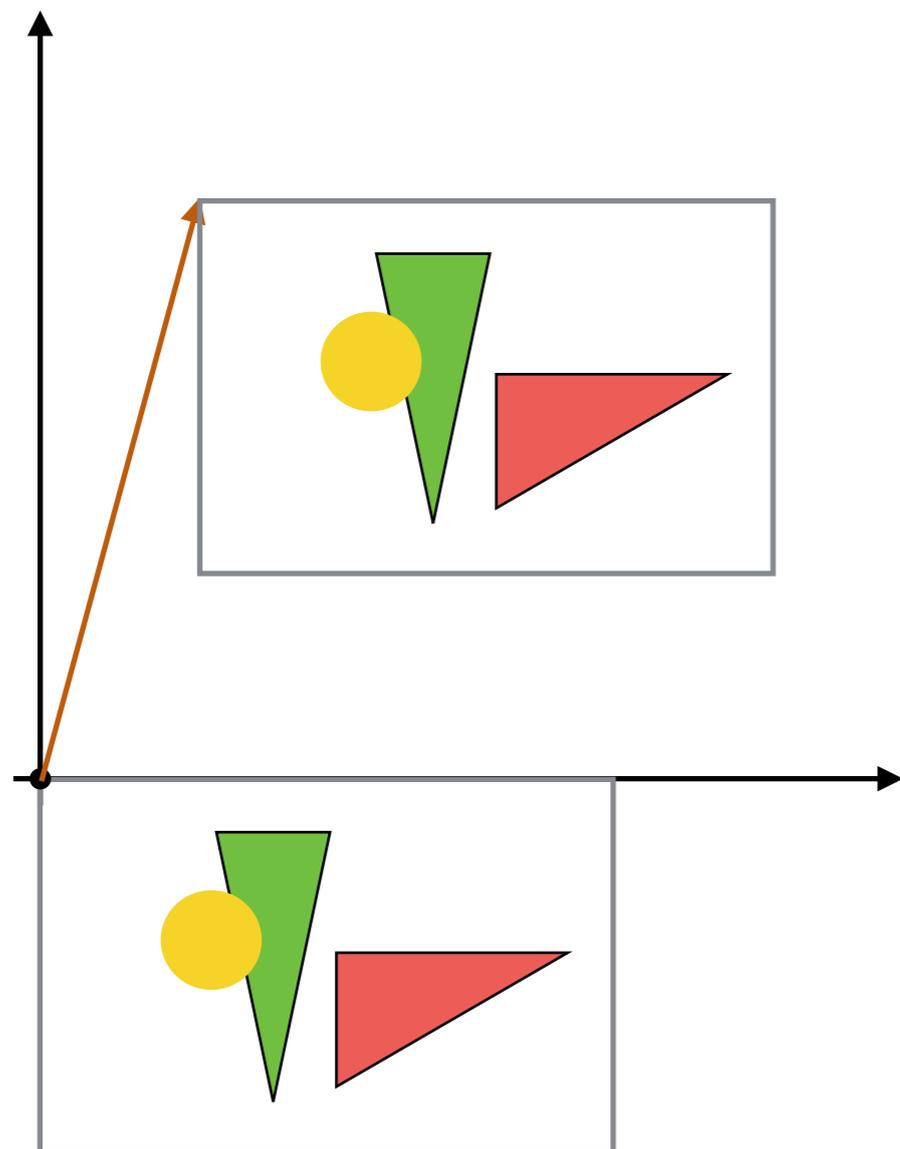
Mas com um **fator negativo no eixo y**...

Enquadramento Janela-Visor (Caso B)



O ponto de referência está na origem, mas a sua posição final deveria ser (u_{\min}, v_{\max}) ...

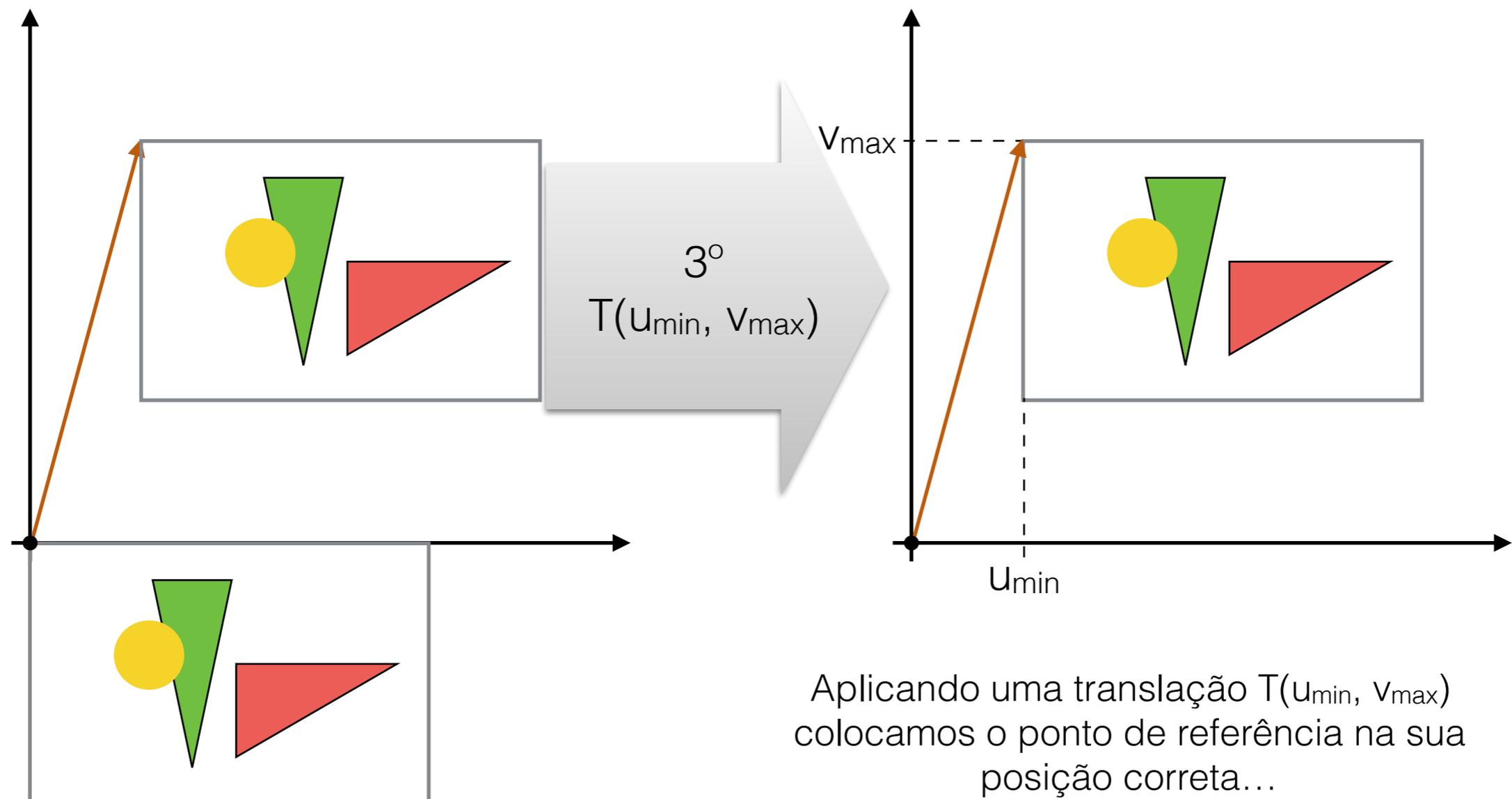
Enquadramento Janela-Visor (Caso B)



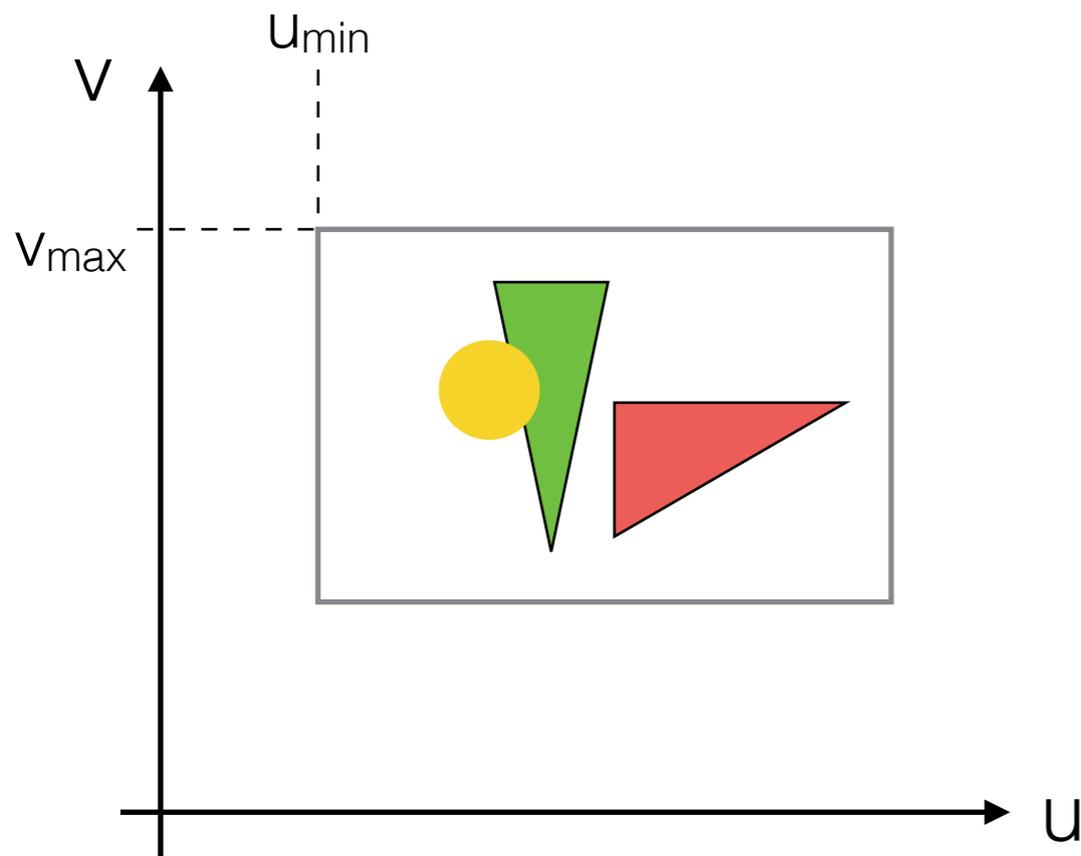
O ponto de referência está na origem, mas a sua posição final deveria ser (u_{min}, v_{max}) ...

Aplicando uma translação $T(u_{min}, v_{max})$ colocamos o ponto de referência na sua posição correta...

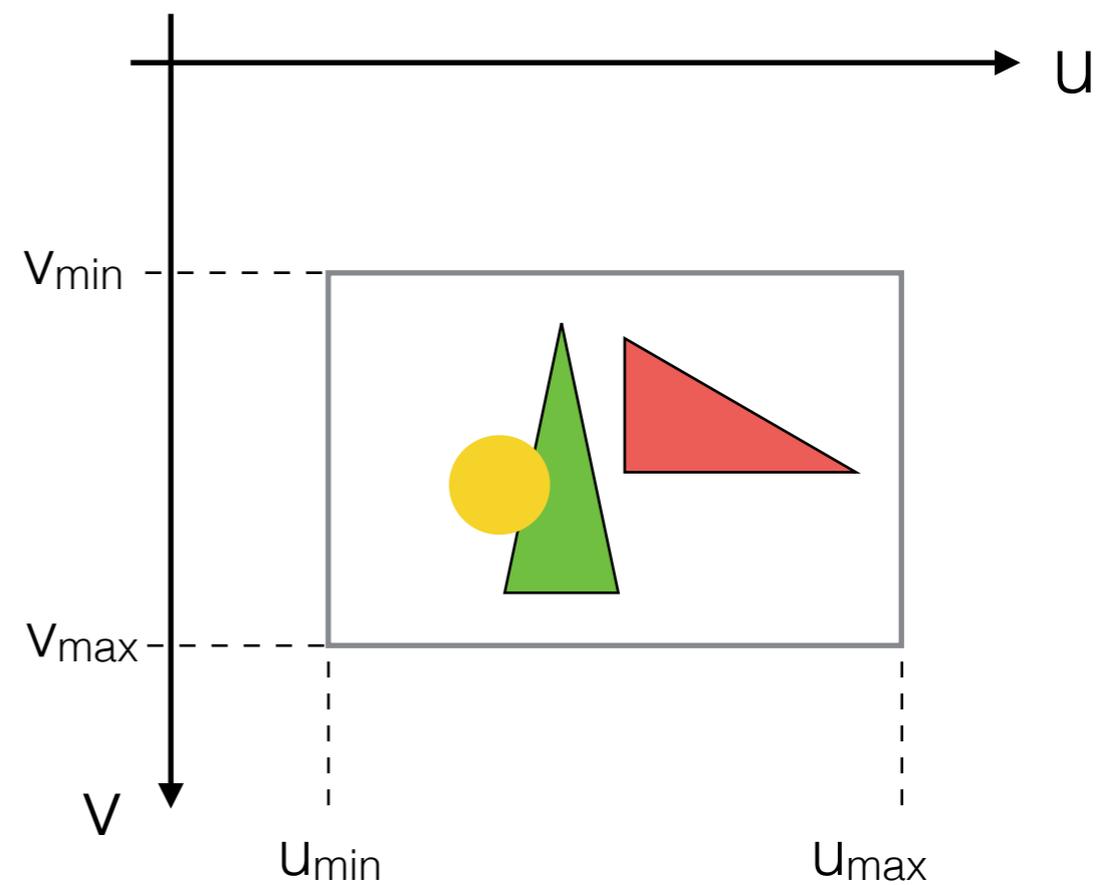
Enquadramento Janela-Visor (Caso B)



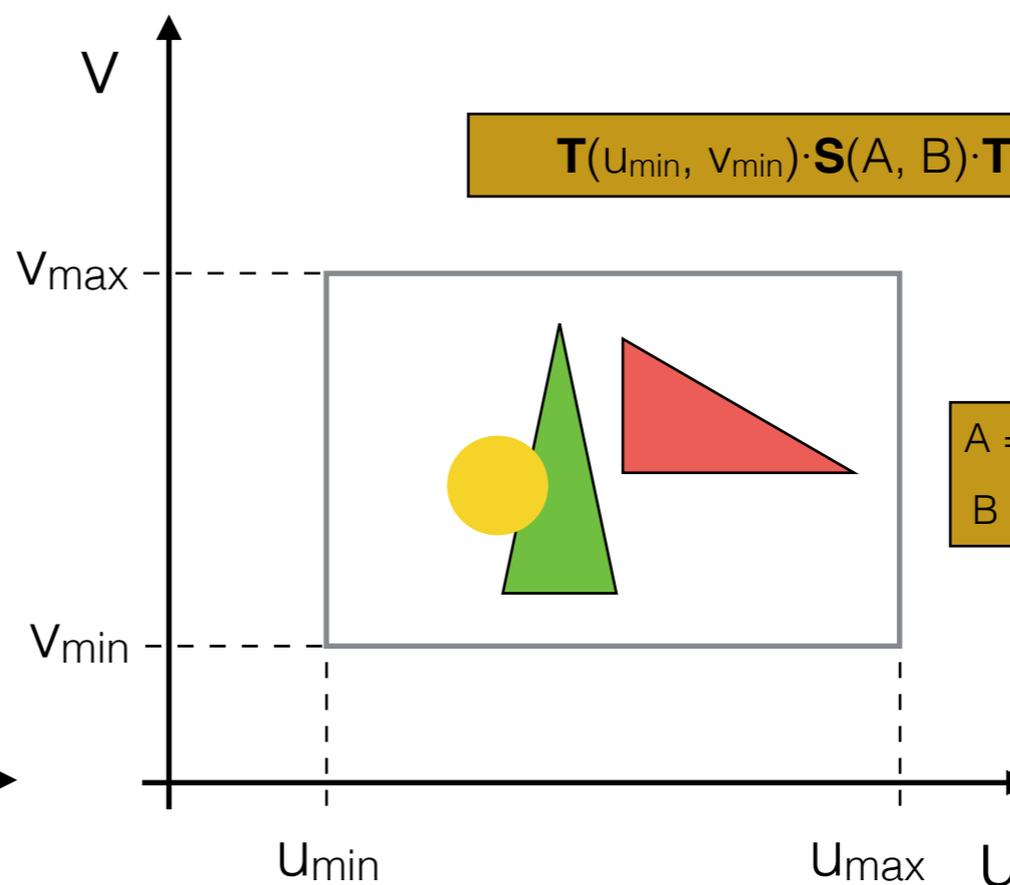
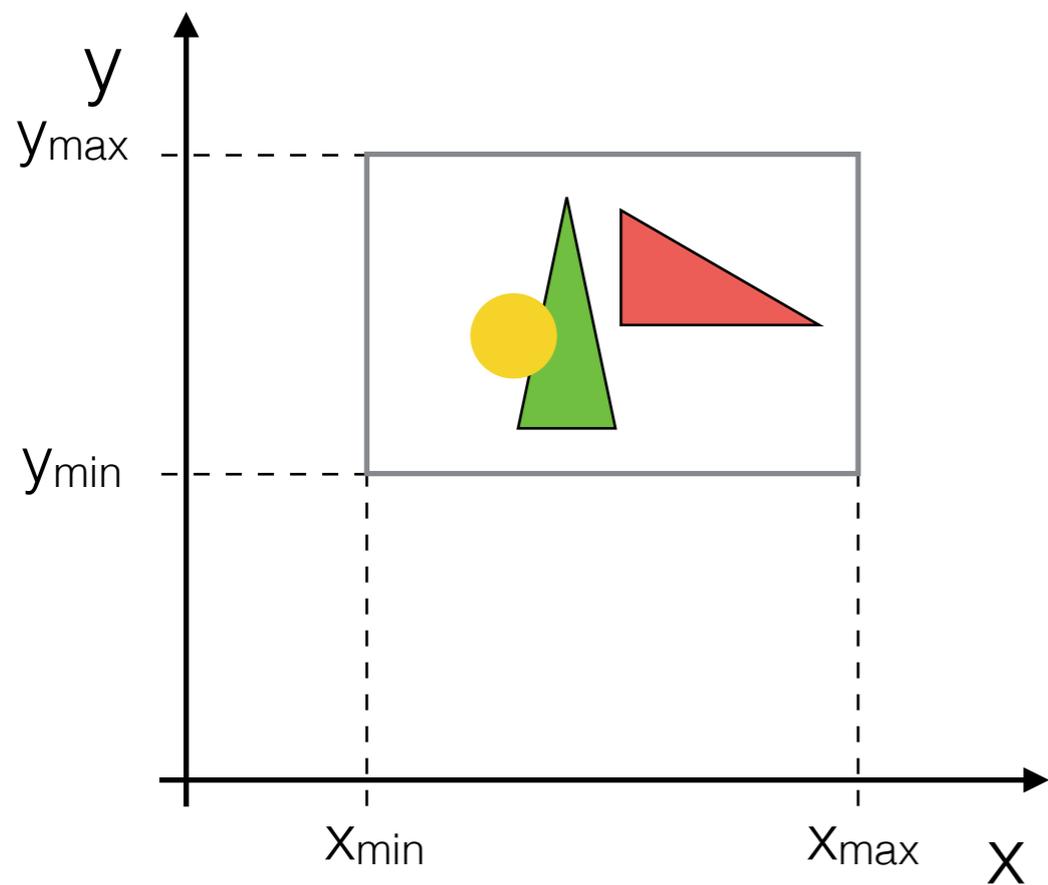
Enquadramento Janela-Visor (Caso B)



A nossa imagem está neste momento invertida...



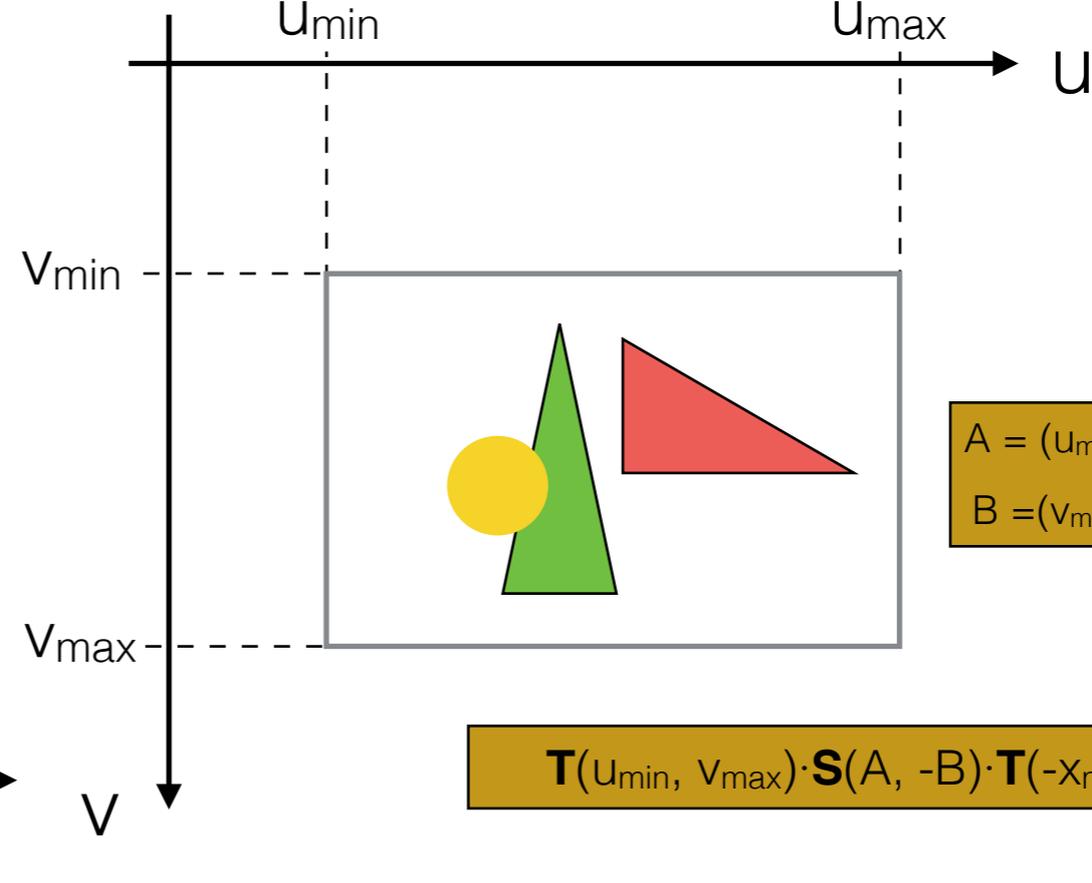
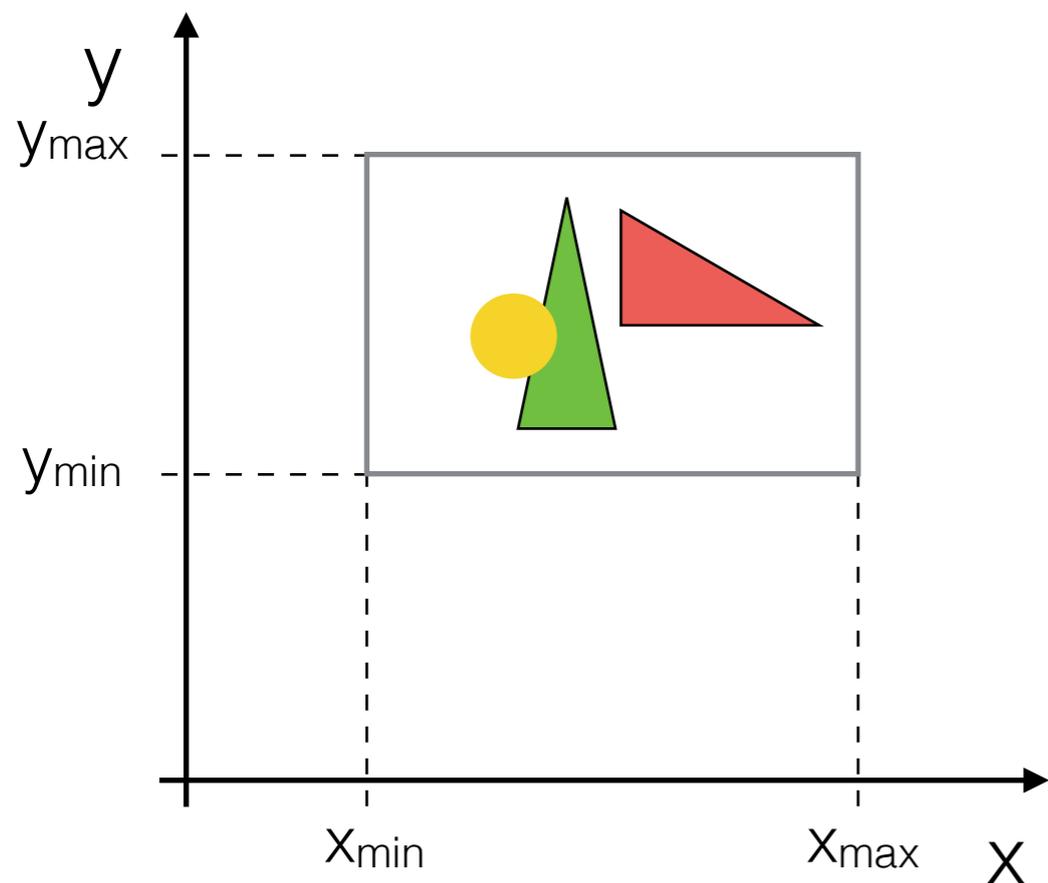
Felizmente o dispositivo, como tem o eixo y invertido, irá colocar a imagem com a orientação correcta!



$$T(U_{min}, V_{min}) \cdot S(A, B) \cdot T(-X_{min}, -Y_{min})$$

$$A = (U_{max} - U_{min}) / (X_{max} - X_{min})$$

$$B = (V_{max} - V_{min}) / (Y_{max} - Y_{min})$$



$$T(U_{min}, V_{max}) \cdot S(A, -B) \cdot T(-X_{min}, -Y_{min})$$

$$A = (U_{max} - U_{min}) / (X_{max} - X_{min})$$

$$B = (V_{max} - V_{min}) / (Y_{max} - Y_{min})$$

Conclusão

- No mapeamento Janela → Visor pode usar-se qualquer ponto para referência, não necessitando ser forçosamente o canto inferior esquerdo da janela.

Normalmente, o que dita o ponto que se escolhe, é o ponto para o qual, no visor, se conhecem bem as suas coordenadas finais.

- A sequência de transformações resulta numa matriz **M** (para usar na operação **M.p**, para transformar um ponto **p**), e é sempre do tipo **M=T.S.T**. No caso geral, de janelas e visores com orientação arbitrária, seria do tipo **M = T.R.S.R.T**

Exercício

O conteúdo dum janela, definida em WC pelos seus limites $40 \leq x \leq 60$ e $70 \leq y \leq 100$, deverá ser mapeado num ecrã dum telemóvel, ao alto, de dimensões 480x960 em DC, ocupando a maior área possível, encostado ao canto superior direito, sem deformação e sem recorte, e tendo o cuidado de não ocupar uma faixa com 160 pixéis de altura na base desse mesmo ecrã. Como habitual, o referencial do ecrã tem a origem no canto superior esquerdo.

- a) Indique, justificando, as dimensões do visor pretendido, bem como os limites da janela correspondente
- b) Especifique matematicamente o enquadramento Janela-Visor em causa, através dum matriz M (a usar na forma $P' = M.P$), deduzida e apresentada em termos dum composição natural de transformações geométricas elementares (S,R ou T) em 2D, com instanciação apropriada de todos os parâmetros (Nota: sempre que for o caso, indique, em parâmetro, os cálculos aritméticos necessários, mas sem os efetuar).
- c) Suponha agora que se pretende ocupar todo o ecrã com o visor. Indique que modificações faria por forma a que os gráficos visualizados nas condições da alínea b) se mantivessem no mesmo local e com a mesma dimensão.