PROBABILIDADES E ESTATÍSTICA E 2018/2019

Teste 1 13 Abril 2019 **Duração**: 1h 30m + 30m

Nome completo: ____________________

N.º aluno: __________ Curso: __________

Em cada pergunta apenas uma das respostas está correcta. Assinale a sua resposta com uma cruz no quadrado correspondente. Se pretender anular uma resposta já assinalada, rasure por completo o respectivo quadrado. A cotação para uma resposta correcta e o desconto por uma resposta incorrecta assinala-se à esquerda da pergunta. Uma não resposta nada vale nem desconta. n.a. significa "nenhuma das anteriores".

(2.0/0.4) 1. Considere A e B acontecimentos não vazios de um espaço de probabilidades $(\Omega, \mathcal{F}, P)$, tais que: $P(A) = 0.2$, $P(A \cap B) = 0.15$ e $P(B - A) = 0.15$.

Indique a resposta *incorrecta* de entre as que se seguem:

A $P(B) = 0.3$ B $P(A \cup B) - P(A \cap B) = 0.5$ C $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0.65$ D A e B não são independentes

2. No serviço de urgência de um hospital, os doentes são triados exclusivamente num de três níveis de acordo com os seguintes graus de gravidade: Muito urgente (MU), Urgente (U) ou Pouco urgente (PU). Sabe-se que 30% e 20% dos doentes são triados como MU e U, respectivamente. Dos doentes MU, 30% poderão falecer (F), dos doentes U, 10% virão a falecer e dos doentes PU, 98% não virão a falecer. Para um qualquer doente que compareça a este serviço de urgência,

(0.5/0.1) (a) $P(F\,|PU)$ tem valor:

A 0.02 B 0.6 C 0.5 D n.a.

(1.4/0.3) (b) A probabilidade de vir a falecer tem valor:

A 0.6 B 0.14 C 0.12 D n.a.

(1.1/0.2) (c) Sabendo que o doente faleceu, a probabilidade de ter sido triado ao nível MU tem valor:

A 0.15 B 0.09 C 0.75 D n.a.

3. Numa unidade fabril vidreira são fabricadas canecas, estimando-se em 10% a percentagem de produção defeituosa. As canecas são embaladas em caixas com 6 unidades. Mensalmente, o n.º de interrupções para a manutenção do processo de fabrico tem distribuição de Poisson com uma taxa de 4 interrupções/mês (mês com 4 semanas).

(1.4/0.3) (a) Numa caixa seleccionada ao acaso, a probabilidade de 5 ou mais canecas não terem defeito tem valor:

A 0.354294 B 0.885735 C 0.999945 D n.a.

(1.2/0.2) (b) Num conjunto de 30 caixas, 19 apresentam canecas defeituosas. Numa amostra de *dez* caixas, seleccionadas ao acaso e *sem* reposição de entre as 30, o total de *caixas* com canecas defeituosas tem distribuição:

A $H(30, 10, 19)$ B $B(60, 0.1)$ C $H(30, 19, 10)$ D n.a.

(2.0/0.4) (c) A probabilidade de, em *duas* semanas ser feita no máximo uma interrupção no processo de fabrico tem valor:

A $5\left(\frac{1}{2}\right)^4$ B $1 - 2\,e^{-4}$ C $3\,e^{-2}$ D n.a.

(2.0/0.4) (d) Em *seis* caixas seleccionadas aleatóriamente e com reposição, a probabilidade *aproximada* de se obter um total de 5 canecas defeituosas tem valor:

A ≈ 0.13768 B ≈ 0.86232 C ≈ 0.00036 D n.a.

(1.4/0.2) (e) Deverão ser produzidas sucessivamente $m \in \mathbb{N}$ canecas para que, com probabilidade 0.0729, saia uma defeituosa pela 1ª vez. Então m deve satisfazer:

A $m \geq 4$ B $m = 4$ C $m = 3$ D n.a.

V.S.F.F.

4. Seja (X,Y) um par aleatório discreto com a seguinte função de probabilidade conjunta:

$X \setminus Y$	0	1	2
0	r	0.1	r
1	0.1	p	0.1

$p, r \in [0,1]$

(1.0/0.2) (a)

A $p + r = 0.4$ B $p + 2r = 0.5$ C $p + 2r = 0.7$ D n.a.

(b) Se $r = 0.2$ e $p = 0.3$,

(1.0/0.2) i. V F As v.a.'s X e Y são independentes.

(1.2/0.3) ii. $P(X+Y=2)$ tem valor:

A 0.2 B 0.6 C 0.4 D n.a.

(1.2/0.2) iii. Sendo F_X a função distribuição da v.a. X, então

A $F_X(0.45) = 0.0$ B $F_X(0.45) = 0.5$ C $F_X(0.45) = 0.3$ D n.a.

(1.4/0.3) iv. Indique a resposta <u>*incorrecta*</u> de entre as que se seguem:

A $E(X^2Y) = E(XY)$ B $E(Y) = 2E(X)$ C $V\left(\sqrt{5}Y - 1\right) = 2$ D $cov(X,Y) = 0$

(1.2/0.3) v. V F A v.a. $Y - X$ tem função de probabilidade $Y - X \begin{cases} -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0.1 & 0.5 & 0.2 & 0.2 \end{cases}$

Distribuições discretas

Distribuição	Parâmetros	Função probabilidade	Suporte	Valor médio	Variância
$H(N,M,n)$	$N,M,n \in \mathbb{N}$	$\binom{M}{k}\binom{N-M}{n-k}/\binom{N}{n}$	$-$	nM/N	$n\frac{M}{N}\left(1-\frac{M}{N}\right)\frac{N-n}{N-1}$
$B(n,p)$	$n \in \mathbb{N}, p \in]0,1[$	$\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$	$0 \le k \le n$	np	$np(1-p)$
$P(\lambda)$	$\lambda \in \mathbb{R}^+$	$e^{-\lambda}\lambda^k/k!$	$k \in \mathbb{N}_0$	λ	λ
$G(p)$	$p \in]0,1[$	$p(1-p)^{k-1}$	$k \in \mathbb{N}$	$1/p$	$(1-p)/p^2$