Caderno:

PROBABILIDADES E ESTAT´ISTICA E 

22 de abril de 2017

1oteste (A) – Durac¸ao: 2h00 ˜

| Nome completo:  N.oaluno: Curso:  Nas al´ıneas das perguntas 1–4 apenas uma das respostas esta correta. Assinale a resposta com uma cruz no ´ quadrado correspondente. Uma resposta incorreta desconta 0.2 valores e uma nao resposta vale 0 valores. ˜  1. 2. 3. 4.  (a) A B C D E  (a) A B C D E  (a) A B C D E  (a) A B C D E  (b) A B C D E  (b) A B C D E  (b) A B C D E  (b) A B C D E  (c) A B C D E  (c) A B C D E  (c) A B C D E  (d) A B C D E |
| --- |

1. O tempo de vida, em anos, de uma especie particular de abetos ´ e uma v.a. ´ *X* com a seguinte func¸ao de ˜ distribuic¸ao: ˜

*F*(*x*) =

(1.0) (a) O valor de *P*(10 *≤ X <* 20) e:´

0*,* se *x <* 0 1 *− e−*0*.*025*x,* se *x ≥* 0

(A) 0.148 (B) 0.394 (C) 0.221 (D) 0.172 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(1.0) (b) A probabilidade de uma destas arvores durar mais de 50 anos, sabendo que j ´ a ultrapassou os 30 anos ´ e:´

(A) 0.287 (B) 0.670 (C) 0.607 (D) 0.368 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(1.0) (c) A mediana do tempo de vida, em anos, desta especie de ´ arvores ´ e:´

(A) 0.5 (B) 34.66 (C) 27.73 (D) 0 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(1.0) (d) Numa floresta com 150 abetos, a probabilidade de apenas 40 ultrapassarem os 50 anos de vida e:´ (A) 0.063 (B) 0.287 (C) 0.048 (D) 0.267 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

2. Considere a variavel aleat ´ oria ´ *X* com distribuic¸ao geom ˜ etrica de par ´ ametro ˆ *p* (0 *< p <* 1). (a) O valor medio da vari ´ avel aleat ´ oria ´ *Y* =1*−X*

(1.0) e dado por: ´

2

(A) 1*−p*

*p*(B) *p−*1

2*p*(C) 2*p−*1

2*p*(D) *−*12*p*(E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(1.0) (b) Sendo *X*1*, X*2 duas variaveis aleat ´ orias independentes e id ´ enticamente distribu ˆ ´ıdas a *X*, o desvio

padrao de ˜ *X*1 *− X*2 e dado por: ´ *√~~p−~~*~~1~~

*√*2*√*~~1~~*~~−p~~*

*p*(D) 2(1*−p*)

(A) 0 (B)

*√*2*p*(C)

*p*~~2~~ (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(1.0) (c) Considere agora que *p* = 0*.*4 e a probabilidade de um m ´ ´ıssil terra-ar acertar num alvo e que *X* = numero de m ´ ´ısseis terra-ar disparados ate se acertar no alvo pela primeira vez. ´

Sabendo que foi necessario disparar mais de ´ 2 m´ısseis terra-ar, para acertar num alvo, a probabilidade de ser necessario disparar entre 2 e 4 m ´ ´ısseis ate ao primeiro acerto no alvo ´ e:´

(A) 0.4704 (B) 0.84 (C) 0.3744 (D) 0.64 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

Total de folhas entregues: Folha no

| 1 |
| --- |

3. Um teste de diagnostico tem probabilidade ´ 0*.*95 de dar um resultado positivo quando aplicado a uma pessoa que sofre de uma determinada doenc¸a, e probabilidade 0*.*10 de dar um resultado positivo quando aplicado a uma pessoa que nao sofre da mesma doenc¸a. Estima-se que ˜ 0*.*5% da populac¸ao sofre dessa doenc¸a. ˜

(1.0) (a) A probabilidade do resultado do teste ser positivo e:´

(A) 0.1425 (B) 0.0995 (C) 0.10425 (D) 0.00475 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(1.0) (b) A probabilidade de, dado um resultado positivo, a pessoa sofrer da doenc¸a e:´ (A) 0.3333 (B) 0.0456 (C) 0.0003 (D) 0.0545 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(1.0) (c) A probabilidade do teste de diagnostico dar um resultado errado ´ e:´

(A) 0.0998 (B) 0.0995 (C) 0.9003 (D) 0.0095 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(1.0) 4. (a) O acontecimento *A* ocorre com probabilidade 0*.*4 e o acontecimento *B* ocorre com probabilidade 0*.*5. Se *A* e *B* sao acontecimentos disjuntos, a probabilidade de ambos n ˜ ao ocorrerem ˜ e:´

(A) 0.1 (B) 0.3 (C) 0.7 (D) 0.9 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(1.0) (b) Num torneio de futebol, tres equipas (designadas por A, B e C) jogam entre si uma ˆ unica vez. Caso um ´ jogo termine empatado, no final do tempo regulamentar, faz-se o desempate por grandes penalidades. Assuma que as probabilidades de A vencer B, A vencer C e B vencer C, sao 0.6, 0.7 e 0.6, respeti- ˜ vamente. Assumindo que os resultados dos jogos sao independentes, qual a probabilidade de todas as ˜ equipas ganharem um jogo no torneio?

(A) 0.24 (B) 0.252 (C) 0.22 (D) 0.168 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

5. Seja *X* uma variavel aleat ´ oria discreta tomando os valores ´ *−*1 e 1, cada um com probabilidade 0.5. Seja *Y* outra variavel aleat ´ oria, igual a 0 se ´ *X* = *−*1 e igual a *−*2 ou 2, com igual probabilidade, se *X* = 1.

(0.8) (a) Apresente a func¸ao de probabilidade conjunta de ˜ (*X, Y* ).

(1.2) (b) Determine *P*(*Y > X*) e a covariancia de ˆ (*X, Y* ).

(1.0) (c) As variaveis ´ (*X, Y* ) sao independentes? Justifique. ˜

6. Seja *X* uma variavel aleat ´ oria com a seguinte func¸ ´ ao densidade de probabilidade: ˜

*f*(*x*) =

 

3

4*x*2*,* 0 *< x ≤* 1*,* 3

4*,* 1 *< x <* 2*,* 0*,* outros valores de *x*;

(1.0) (a) Mostre que *f*(*x*) e uma func¸ ´ ao densidade de probabilidade. ˜

(1.4) (b) Determine a func¸ao de distribuic¸ ˜ ao de ˜ *X*.

(1.4) (c) Calcule *P*(*X <* 0*.*5*|X <* 1).

(1.2) (d) Calcule *E*(*X*) e *E*(*Y* ), sendo *Y* = *X −* 1.

Distribui¸c˜oes discretas

Distribui¸c˜ao *P* (*X* = *k*) Suporte Valor m´edio Variˆancia Distribui¸c˜oes discretas

Formulario ´

*H* (*N, M, n*)*Mk* *N−M*

*/Nn*max (0*, M* + *n − N*) *≤ k ≤* min (*M, n*)*, k ∈* N0 *nM/N nM* (*N − M*) (*N − n*)

Distribui¸c˜ao *P* (*X* = *k*) Suporte Valor m´edio Variˆancia

*n−k*

*N*2 (*N −* 1)

*B* (*n, p*)*nk**pk*(1 *− p*)*n−k*0 *≤ k ≤ n, k ∈* N0 *np np* (1 *− p*)

*H* (*N, M, n*)*Mk* *N−M n−k*

*/Nn*max (0*, M* + *n − N*) *≤ k ≤* min (*M, n*)*, k ∈* N0 *nM/N nM* (*N − M*) (*N − n*) *N*2 (*N −* 1)

*B* (*n, p*)*nk**pk*(1 *− p*)*n−k*0 *≤ k ≤ n, k ∈* N0 *np np* (1 *− p*)

*P* (*λ*) *e−λλk/k*! *k ∈* N0 *λ λ G* (*p*) *p* (1 *− p*)*k−*1*k ∈* N 1*/p* (1 *− p*) */p*2 *P* (*λ*) *e−λλk/k*! *k ∈* N0 *λ λ G* (*p*) *p* (1 *− p*)*k−*1*k ∈* N 1*/p* (1 *− p*) */p*2 Distribui¸c˜oes absolutamente cont´ınuas

Distribui¸c˜ao *f* (*x*) Suporte Valor m´edio Variˆancia Distribui¸c˜oes absolutamente cont´ınuas

*U* (*a, b*)1

*b − aa < x < b, x ∈* R (*a* + *b*) */*2 (*b − a*)2*/*12

Distribui¸c˜ao *f* (*x*) Suporte Valor m´edio Variˆancia *U* (*a, b*)1

*E* (*λ, δ*)1*δe−*(*x−λ*)*/δ x > λ, x ∈* R *λ* + *δ δ*2 *b − aa < x < b, x ∈* R (*a* + *b*) */*2 (*b − a*)2*/*12

2*x ∈* R *µ σ*2

*E* (*λ, δ*)1*δe−*(*x−λ*)*/δ x > λ, x ∈* R *λ* + *δ δ*2

*Nµ, σ*2 1

*√*2*π σ*exp

*Nµ, σ*2 1

*√*2*π σ*exp

*−*12*x−µ σ*

*−*12*x−µ σ*

2*x ∈* R *µ σ*2 Distribui¸c˜oes de estat´ısticas

Caderno:

PROBABILIDADES E ESTAT´ISTICA E 

22 de abril de 2017

1oteste (B) – Durac¸ao: 2h00 ˜

| Nome completo:  N.oaluno: Curso:  Nas al´ıneas das perguntas 1–4 apenas uma das respostas esta correta. Assinale a resposta com uma cruz no ´ quadrado correspondente. Uma resposta incorreta desconta 0.2 valores e uma nao resposta vale 0 valores. ˜  1. 2. 3. 4.  (a) A B C D E  (a) A B C D E  (a) A B C D E  (a) A B C D E  (b) A B C D E  (b) A B C D E  (b) A B C D E  (b) A B C D E  (c) A B C D E  (c) A B C D E  (c) A B C D E  (d) A B C D E |
| --- |

1. O tempo de vida, em anos, de uma especie particular de abetos ´ e uma v.a. ´ *X* com a seguinte func¸ao de ˜ distribuic¸ao: ˜

*F*(*x*) =

(1.0) (a) O valor de *P*(10 *≤ X <* 20) e:´

0*,* se *x <* 0 1 *− e−*0*.*02*x,* se *x ≥* 0

(A) 0.148 (B) 0.394 (C) 0.221 (D) 0.172 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(1.0) (b) A probabilidade de uma destas arvores durar mais de 50 anos, sabendo que j ´ a ultrapassou os 30 anos ´ e:´

(A) 0.287 (B) 0.670 (C) 0.607 (D) 0.368 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(1.0) (c) A mediana do tempo de vida, em anos, desta especie de ´ arvores ´ e:´

(A) 0.5 (B) 34.66 (C) 27.73 (D) 0 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(1.0) (d) Numa floresta com 150 abetos, a probabilidade de apenas 60 ultrapassarem os 50 anos de vida e:´ (A) 0.063 (B) 0.287 (C) 0.048 (D) 0.267 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

2. Considere a variavel aleat ´ oria ´ *X* com distribuic¸ao geom ˜ etrica de par ´ ametro ˆ *p* (0 *< p <* 1). (a) O valor medio da vari ´ avel aleat ´ oria ´ *Y* = 1 *−X*2

(1.0) e dado por: ´

(A) 1*−p*

*p*(B) *p−*1

2*p*(C) 2*p−*1

2*p*(D) *−*12*p*(E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(1.0) (b) Sendo *X*1*, X*2 duas variaveis aleat ´ orias independentes e id ´ enticamente distribu ˆ ´ıdas a *X*, a variancia ˆ

de *X*1 *− X*2 e dada por: ´

(A) 0 (B) *p−*1

2*p*~~2~~ (C)

*√*2*√*~~1~~*~~−p~~*

*p*(D) 2(1*−p*)

*p*~~2~~ (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(1.0) (c) Considere agora que *p* = 0*.*6 e a probabilidade de um m ´ ´ıssil terra-ar acertar num alvo e que *X* = numero de m ´ ´ısseis terra-ar disparados ate se acertar no alvo pela primeira vez. ´

Sabendo que foi necessario disparar mais de ´ 2 m´ısseis terra-ar, para acertar num alvo, a probabilidade de ser necessario disparar entre 2 e 4 m ´ ´ısseis ate ao primeiro acerto no alvo ´ e:´

(A) 0.4704 (B) 0.84 (C) 0.3744 (D) 0.64 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

Total de folhas entregues: Folha no

| 1 |
| --- |

3. Um teste de diagnostico tem probabilidade ´ 0*.*95 de dar um resultado positivo quando aplicado a uma pessoa que sofre de uma determinada doenc¸a, e probabilidade 0*.*10 de dar um resultado positivo quando aplicado a uma pessoa que nao sofre da mesma doenc¸a. Estima-se que ˜ 0*.*5% da populac¸ao sofre dessa doenc¸a. ˜

(1.0) (a) A probabilidade do resultado do teste ser positivo e:´

(A) 0.1425 (B) 0.0995 (C) 0.10425 (D) 0.00475 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(1.0) (b) A probabilidade de, dado um resultado positivo, a pessoa sofrer da doenc¸a e:´ (A) 0.0003 (B) 0.0545 (C) 0.3333 (D) 0.0456 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(1.0) (c) A probabilidade do teste de diagnostico n ´ ao dar um resultado errado ˜ e:´

(A) 0.0998 (B) 0.0995 (C) 0.9003 (D) 0.0095 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(1.0) 4. (a) O acontecimento *A* ocorre com probabilidade 0*.*2 e o acontecimento *B* ocorre com probabilidade 0*.*5. Se *A* e *B* sao acontecimentos disjuntos, a probabilidade de ambos n ˜ ao ocorrerem ˜ e:´

(A) 0.1 (B) 0.3 (C) 0.7 (D) 0.9 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(1.0) (b) Num torneio de futebol, tres equipas (designadas por A, B e C) jogam entre si uma ˆ unica vez. Caso um ´ jogo termine empatado, no final do tempo regulamentar, faz-se o desempate por grandes penalidades. Assuma que as probabilidades de A vencer B, A vencer C e B vencer C, sao 0.6, 0.7 e 0.4, respeti- ˜ vamente. Assumindo que os resultados dos jogos sao independentes, qual a probabilidade de todas as ˜ equipas ganharem um jogo no torneio?

(A) 0.24 (B) 0.252 (C) 0.22 (D) 0.168 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

5. Seja *X* uma variavel aleat ´ oria discreta tomando os valores ´ *−*1 e 1, cada um com probabilidade 0.5. Seja *Y* outra variavel aleat ´ oria, igual a 0 se ´ *X* = *−*1 e igual a *−*2 ou 2, com igual probabilidade, se *X* = 1.

(0.8) (a) Apresente a func¸ao de probabilidade conjunta de ˜ (*X, Y* ).

(1.2) (b) Determine *P*(*Y > X*) e a covariancia de ˆ (*X, Y* ).

(1.0) (c) As variaveis ´ (*X, Y* ) sao independentes? Justifique. ˜

6. Seja *X* uma variavel aleat ´ oria com a seguinte func¸ ´ ao densidade de probabilidade: ˜

*f*(*x*) =

 

3

4*x*2*,* 0 *< x ≤* 1*,* 3

4*,* 1 *< x <* 2*,* 0*,* outros valores de *x*;

(1.0) (a) Mostre que *f*(*x*) e uma func¸ ´ ao densidade de probabilidade. ˜

(1.4) (b) Determine a func¸ao de distribuic¸ ˜ ao de ˜ *X*.

(1.4) (c) Calcule *P*(*X <* 0*.*5*|X <* 1).

(1.2) (d) Calcule *E*(*X*) e *E*(*Y* ), sendo *Y* = *X −* 1.

Distribui¸c˜oes discretas

Distribui¸c˜ao *P* (*X* = *k*) Suporte Valor m´edio Variˆancia Distribui¸c˜oes discretas

Formulario ´

*H* (*N, M, n*)*Mk* *N−M*

*/Nn*max (0*, M* + *n − N*) *≤ k ≤* min (*M, n*)*, k ∈* N0 *nM/N nM* (*N − M*) (*N − n*)

Distribui¸c˜ao *P* (*X* = *k*) Suporte Valor m´edio Variˆancia

*n−k*

*N*2 (*N −* 1)

*B* (*n, p*)*nk**pk*(1 *− p*)*n−k*0 *≤ k ≤ n, k ∈* N0 *np np* (1 *− p*)

*H* (*N, M, n*)*Mk* *N−M n−k*

*/Nn*max (0*, M* + *n − N*) *≤ k ≤* min (*M, n*)*, k ∈* N0 *nM/N nM* (*N − M*) (*N − n*) *N*2 (*N −* 1)

*B* (*n, p*)*nk**pk*(1 *− p*)*n−k*0 *≤ k ≤ n, k ∈* N0 *np np* (1 *− p*)

*P* (*λ*) *e−λλk/k*! *k ∈* N0 *λ λ G* (*p*) *p* (1 *− p*)*k−*1*k ∈* N 1*/p* (1 *− p*) */p*2 *P* (*λ*) *e−λλk/k*! *k ∈* N0 *λ λ G* (*p*) *p* (1 *− p*)*k−*1*k ∈* N 1*/p* (1 *− p*) */p*2 Distribui¸c˜oes absolutamente cont´ınuas

Distribui¸c˜ao *f* (*x*) Suporte Valor m´edio Variˆancia Distribui¸c˜oes absolutamente cont´ınuas

*U* (*a, b*)1

*b − aa < x < b, x ∈* R (*a* + *b*) */*2 (*b − a*)2*/*12

Distribui¸c˜ao *f* (*x*) Suporte Valor m´edio Variˆancia *U* (*a, b*)1

*E* (*λ, δ*)1*δe−*(*x−λ*)*/δ x > λ, x ∈* R *λ* + *δ δ*2 *b − aa < x < b, x ∈* R (*a* + *b*) */*2 (*b − a*)2*/*12

2*x ∈* R *µ σ*2

*E* (*λ, δ*)1*δe−*(*x−λ*)*/δ x > λ, x ∈* R *λ* + *δ δ*2

*Nµ, σ*2 1

*√*2*π σ*exp

*Nµ, σ*2 1

*√*2*π σ*exp

*−*12*x−µ σ*

*−*12*x−µ σ*

2*x ∈* R *µ σ*2 Distribui¸c˜oes de estat´ısticas

Caderno:

PROBABILIDADES E ESTAT´ISTICA E 

24 de maio de 2017

2oteste (A) – Durac¸ao: 2h00 ˜

| Nome completo:  N.oaluno: Curso:  Nas al´ıneas das perguntas 1–3 apenas uma das respostas esta correta. Assinale a resposta com uma cruz no ´ quadrado correspondente. Uma resposta incorreta desconta 0.2 valores e uma nao resposta vale 0 valores. ˜  1. 2. 3.  (a) A B C D E  (a) A B C D E  (a) A B C D E  (b) A B C D E  (b) V F  (b) A B C D E  (c) V F  (c) A B C D E  (c) A B C D E  (d) A B C D E  (d) A B C D E  (e) A B C D E  (f) V F |
| --- |

1. Admita que a intensidade da corrente eletrica num determinado componente electr ´ onico, segue uma distribuic¸ ´ ao˜ Normal. Escolheram-se aleatoriamente e de forma independente 20 componentes para os quais se observou uma media e desvio padr ´ ao amostrais de ˜ 10*.*43 e 1*.*98 Amperes, respectivamente.

(1.5) (a) O intervalo de confianc¸a a 99% para a media populacional ( ´ *IC*99%(*µ*)) e dado por: ´ (A) [9*.*66*,* 11*.*20] (B) [9*.*70*,* 11*.*16] (C) [9*.*29*,* 11*.*57] (D) [9*.*16*,* 11*.*70]

(E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(0.5) (b) Indique o valor logico da seguinte proposic¸ ´ ao: Para a mesma amostra de dimens ˜ ao 20, a amplitude do ˜ *IC*90%(*µ*) e maior ou igual do que a amplitude do ´ *IC*99%(*µ*).

(0.5) (c) Considere o intervalo com 99% de confianc¸a para a media populacional, ´ *µ*, pedido na al´ınea (a). Indique o valor logico da seguinte proposic¸ ´ ao: A probabilidade da m ˜ edia populacional estar contida ´ nesse intervalo de confianc¸a e igual a 0.99. ´

(1.5) (d) O intervalo de confianc¸a a 90% para o desvio padrao populacional ˜ e dado por: ´ (A) [1*.*39*,* 3*.*30] (B) [1*.*57*,* 2*.*72] (C) [1*.*93*,* 10*.*89] (D) [2*.*47*,* 7*.*38]

(E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

2. Considere as variaveis aleat ´ orias ´ *X ∼ N*(1*,* 22) e *Y ∼ N*(2*,* 32). Assumindo que as variaveis aleat ´ orias ´ *X* e *Y* sao independentes, indique ˜

(1.2) (a) o valor de *P*(*X >* 3):

(A) 0*.*8413 (B) 0*.*1587 (C) 0*.*3085 (D) 0*.*0013 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(1.2) (b) o valor *y* tal que *P*(*Y ≤ y*) = 0*.*0228:

(A) *−*4 (B) 4 (C) *−*1 (D) 1 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(1.5) (c) a distribuic¸ao de ˜ 3*X − Y* :

(A) *N*(1*,* 27) (B) *N* (5*,* 27) (C) *N*(1*,* 45) (D) *N*(5*,* 45) (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

Total de folhas entregues: Folha no

| 1 |
| --- |

3. Uma transportadora garante que, no maximo, ´ 5% das entregas sao feitas com atraso. De um grande forne- ˜ cimento feito por esta empresa, foi seleccionada uma amostra de 100 encomendas, tendo-se apurado que 7 delas chegaram com atraso.

(0.5) (a) A estimativa pontual da proporc¸ao de encomendas entregues com atraso ˜ e:´ (A) 0.05 (B) 0.07 (C) 0.5 (D) 0.1 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(0.5) (b) Para avaliar a garantia da transportadora, vamos considerar o teste de hipoteses: ´ *H*0 : *p ≤ p*0 *vs. H*1 : *p > p*0. O valor de *p*0 e:´

(A) 0.05 (B) 0.07 (C) 0.5 (D) 0.1 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(1.2) (c) O valor observado da estat´ıstica de teste sobre a garantia da empresa e:´

(A) 0.9177 (B) *−*0*.*7839 (C) 0.7839 (D) *−*0*.*9177 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(1.2) (d) Para o n´ıvel de 20% de significancia, a regi ˆ ao de rejeic¸ ˜ ao do teste de hip ˜ oteses indicado na al ´ ´ınea (c) e´ (A) ]0*.*5793*, ∞*[ (B) ]1*.*28*, ∞*[ (C) ] *− ∞, −*1*.*28[ *∪* ]1*.*28*, ∞*[

(D) ]0*.*84*, ∞*[ (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(1.2) (e) Com outra amostra de dimensao 36 obteve-se um valor observado da estat ˜ ´ıstica de teste de *−*1*.*25. O *valor-p* do teste e:´

(A) 0.2112 (B) 0.8944 (C) 0.1056 (D) 0.05

(E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(0.5) (f) Indique o valor logico: Se o teste de hip ´ oteses apresentar um ´ *valor-p* igual a 0.1336, rejeitamos a hipotese nula para o n ´ ´ıvel de significancia de 14%. ˆ

[Responda nas folhas do caderno]

(2.5) 4. A quantidade de energia gerada durante uma hora por um aerogerador, em Megawatt-hora (MWh), e uma ´ variavel aleat ´ oria ´ *X* com valor medio ´ *E*(*X*) = p*~~π~~*2e variancia ˆ *V* (*X*) = 4*−π*

2(*π* = 3*.*1415). Assuma

que as quantidades de energia geradas pelo aerogerador, em horas distintas, sao independentes. Determine ˜ a probabilidade aproximada do aerogerador produzir mais de 82 MWh, durante um per´ıodo de 64 horas.

[Mude de folha]

5. Seja (*X*1*, X*2*, . . . , Xn*) uma amostra aleatoria duma populac¸ ´ ao com distribuic¸ ˜ ao de Rayleight, isto ˜ e, com ´

func¸ao densidade ˜

*f*(*x*) = *xθ*2*e−* 12(*xθ*)2*, x >* 0*,*

sendo *θ >* 0 um parametro desconhecido. Sabe-se que ˆ *E*(*X*) = *θ*p*~~π~~*2e *V* (*X*) = *θ*24*−π* 2

(*π* = 3*.*1415).

(1.5) (a) Determine o estimador dos momentos de *θ* e verifique se o estimador dos momentos e centrado e ´ consistente.

(1.0) (b) Verifique que a func¸ao log-verosimilhanc¸a ˜ e´

*l*(*θ*) = ln*L*(*θ*) = X*n i*=1

ln *xi −* 2*n* ln(*θ*) *−*12*θ*2X*n i*=1

*x*2*i*

(1.0) (c) Determine o estimador de maxima verosimilhanc¸a de ´ *θ*.

(1.0) (d) Considere a amostra de dimensao˜ *n* = 6 desta populac¸ao: 2.13 0.79 0.96 1.30 2.19 0.67. ˜ Determine o valor medio amostral, o desvio padr ´ ao amostral, o coeficiente de variac¸ ˜ ao amostral e uma ˜ estimativa pontual do parametro ˆ *θ*.

Caderno:

PROBABILIDADES E ESTAT´ISTICA E 

24 de maio de 2017

2oteste (B) – Durac¸ao: 2h00 ˜

| Nome completo:  N.oaluno: Curso:  Nas al´ıneas das perguntas 1–3 apenas uma das respostas esta correta. Assinale a resposta com uma cruz no ´ quadrado correspondente. Uma resposta incorreta desconta 0.2 valores e uma nao resposta vale 0 valores. ˜  1. 2. 3.  (a) A B C D E  (a) A B C D E  (a) A B C D E  (b) A B C D E  (b) V F  (b) A B C D E  (c) V F  (c) A B C D E  (c) A B C D E  (d) A B C D E  (d) A B C D E  (e) A B C D E  (f) V F |
| --- |

1. Considere as variaveis aleat ´ orias ´ *X ∼ N*(1*,* 22) e *Y ∼ N*(2*,* 32). Assumindo que as variaveis aleat ´ orias ´ *X* e *Y* sao independentes, indique ˜

(1.2) (a) o valor de *P*(*X ≤* 3):

(A) 0*.*8413 (B) 0*.*1587 (C) 0*.*3085 (D) 0*.*0013 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(1.2) (b) o valor *y* tal que *P*(*Y ≤ y*) = 0*.*1586:

(A) *−*4 (B) 4 (C) *−*1 (D) 1 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(1.5) (c) a distribuic¸ao de ˜ 3*X − Y* :

(A) *N*(1*,* 27) (B) *N* (1*,* 45) (C) *N*(5*,* 27) (D) *N*(5*,* 45) (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

2. Admita que a intensidade da corrente eletrica num determinado componente electr ´ onico, segue uma distribuic¸ ´ ao˜ Normal. Escolheram-se aleatoriamente e de forma independente 20 componentes para os quais se observou uma media e desvio padr ´ ao amostrais de ˜ 10*.*43 e 1*.*98 Amperes, respectivamente.

(1.5) (a) O intervalo de confianc¸a a 90% para a media populacional ( ´ *IC*90%(*µ*)) e dado por: ´ (A) [9*.*66*,* 11*.*20] (B) [9*.*70*,* 11*.*16] (C) [9*.*29*,* 11*.*57] (D) [9*.*16*,* 11*.*70]

(E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(0.5) (b) Indique o valor logico da seguinte proposic¸ ´ ao: Para a mesma amostra de dimens ˜ ao 20, a amplitude do ˜ *IC*90%(*µ*) e menor ou igual do que a amplitude do ´ *IC*99%(*µ*).

(0.5) (c) Considere o intervalo com 90% de confianc¸a para a media populacional, ´ *µ*, pedido na al´ınea (a). Indique o valor logico da seguinte proposic¸ ´ ao: A probabilidade da m ˜ edia populacional estar contida ´ nesse intervalo de confianc¸a e igual a 0.90. ´

(1.5) (d) O intervalo de confianc¸a a 90% para a variancia populacional ˆ e dado por: ´

(A) [1*.*39*,* 3*.*30] (B) [1*.*57*,* 2*.*72] (C) [1*.*93*,* 10*.*89] (D) [2*.*47*,* 7*.*38]

(E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

Total de folhas entregues: Folha no

| 1 |
| --- |

3. Uma transportadora garante que, no maximo, ´ 5% das entregas sao feitas com atraso. De um grande forne- ˜ cimento feito por esta empresa, foi seleccionada uma amostra de 100 encomendas, tendo-se apurado que 7 delas chegaram com atraso.

(0.5) (a) A estimativa pontual da proporc¸ao de encomendas entregues com atraso ˜ e:´ (A) 0.05 (B) 0.07 (C) 0.5 (D) 0.1 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(0.5) (b) Para avaliar a garantia da transportadora, vamos considerar o teste de hipoteses: ´ *H*0 : *p ≤ p*0 *vs. H*1 : *p > p*0. O valor de *p*0 e:´

(A) 0.05 (B) 0.07 (C) 0.5 (D) 0.1 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(1.2) (c) O valor observado da estat´ıstica de teste sobre a garantia da empresa e:´

(A) *−*0*.*9177 (B) *−*0*.*7839 (C) 0.7839 (D) 0.9177 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(1.2) (d) Para o n´ıvel de 10% de significancia, a regi ˆ ao de rejeic¸ ˜ ao do teste de hip ˜ oteses indicado na al ´ ´ınea (c) e´ (A) ]0*.*5398*, ∞*[ (B) ]1*.*28*, ∞*[ (C) ] *− ∞, −*1*.*28[ *∪* ]1*.*28*, ∞*[

(D) ]0*.*84*, ∞*[ (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(1.2) (e) Com outra amostra de dimensao 36 obteve-se um valor observado da estat ˜ ´ıstica de teste de 1*.*25. O *valor-p* do teste e:´

(A) 0.2112 (B) 0.8944 (C) 0.1056 (D) 0.05

(E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(0.5) (f) Indique o valor logico: Se o teste de hip ´ oteses apresentar um ´ *valor-p* igual a 0.1336, rejeitamos a hipotese nula para o n ´ ´ıvel de significancia de 10%. ˆ

[Responda nas folhas do caderno]

(2.5) 4. A quantidade de energia gerada durante uma hora por um aerogerador, em Megawatt-hora (MWh), e uma ´ variavel aleat ´ oria ´ *X* com valor medio ´ *E*(*X*) = p*~~π~~*2e variancia ˆ *V* (*X*) = 4*−π*

2(*π* = 3*.*1415). Assuma

que as quantidades de energia geradas pelo aerogerador, em horas distintas, sao independentes. Determine ˜ a probabilidade aproximada do aerogerador produzir mais de 82 MWh, durante um per´ıodo de 64 horas.

[Mude de folha]

5. Seja (*X*1*, X*2*, . . . , Xn*) uma amostra aleatoria duma populac¸ ´ ao com distribuic¸ ˜ ao de Rayleight, isto ˜ e, com ´

func¸ao densidade ˜

*f*(*x*) = *xθ*2*e−* 12(*xθ*)2*, x >* 0*,*

sendo *θ >* 0 um parametro desconhecido. Sabe-se que ˆ *E*(*X*) = *θ*p*~~π~~*2e *V* (*X*) = *θ*24*−π* 2

(*π* = 3*.*1415).

(1.5) (a) Determine o estimador dos momentos de *θ* e verifique se o estimador dos momentos e centrado e ´ consistente.

(1.0) (b) Verifique que a func¸ao log-verosimilhanc¸a ˜ e´

*l*(*θ*) = ln*L*(*θ*) = X*n i*=1

ln *xi −* 2*n* ln(*θ*) *−*12*θ*2X*n i*=1

*x*2*i*

(1.0) (c) Determine o estimador de maxima verosimilhanc¸a de ´ *θ*.

(1.0) (d) Considere a amostra de dimensao˜ *n* = 6 desta populac¸ao: 2.13 0.79 0.96 1.30 2.19 0.67. ˜ Determine o valor medio amostral, o desvio padr ´ ao amostral, o coeficiente de variac¸ ˜ ao amostral e uma ˜ estimativa pontual do parametro ˆ *θ*.

Caderno:

PROBABILIDADES E ESTAT´ISTICA E 

7 de junho de 2017

3oteste (A) – Durac¸ao: 1h30 ˜

| Nome completo:  N.oaluno: Curso:  Nas al´ıneas das perguntas 1 e 2 apenas uma das respostas esta correta. Assinale a resposta com uma cruz no ´ quadrado correspondente. Uma resposta incorreta desconta 0.2 valores e uma nao resposta vale 0 valores. ˜  1. 2.  (a) A B C D E  (a) A B C D  (b) A B C D E  (b) A B C D E  (c) A B C D E  (c) A B C D E  (d) A B C D E  (d) A B C D E  (e) V F  (e) A B C D E  (f) V F |
| --- |

1. Considere o numero de utilizadores ligados ´ a internet atrav ` es de um servidor, durante um per ´ ´ıodo de um minuto. Na seguinte tabela apresentamos os valores registados nos primeiros *n* = 30 minutos. Pretende-se testar a aleatoriedade usando o teste das sequencias ascendentes e descendentes. ˆ

88 84 85 85 84 85 83 85 88 89 91 99 104 112 126 138 146 151 150 148 147 149 143 132 131 139 147 150 148 145

(1.0) (a) A hipotese nula ( ´ *H*0) do teste das sequencias ascendentes e descendentes ˆ e:´ (A) A amostra exibe tendencia. (B) A amostra n ˆ ao˜ e aleat ´ oria. ´

(C) A amostra e aleat ´ oria. (D) O n ´ umero de sequ ´ encias ˆ e igual a ´2*n−*1

3.

(1.0) (b) O numero de sequ ´ encias observadas na correspondente amostra de sinais ˆ e´ (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(1.0) (c) Para um n´ıvel de significancia de 2%, a regi ˆ ao de rejeic¸ ˜ ao do teste ˜ e:´

(A) ] *− ∞* ; *−*2*.*05[ *∪* ]2*.*05 ; *∞*[ (B) ] *− ∞* ; *−*2*.*33[ *∪* ]2*.*33 ; *∞*[ (C) ]2*.*05 ; *∞*[ (D) ]1*.*75 ; *∞*[ (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(1.5) (d) Outra amostra de igual dimensao forneceu um valor observado da estat ˜ ´ıstica de teste *zobs* = *−*1*.*23. O valor-p do teste das sequencias ascendentes e descendentes ˆ e:´

(A) 0.0129 (B) 0.0258 (C) 0.1093 (D) 0.2186 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(1.0) (e) Indique o valor logico da seguinte proposic¸ ´ ao: Para um valor observado da estat ˜ ´ıstica de teste igual a *−*1*.*23 deve-se rejeitar a hipotese de aleatoriedade da amostra, a um n ´ ´ıvel de significancia de 2%. ˆ

Total de folhas entregues: Folha no

| 1 |
| --- |

2. Considere a amostra do exerc´ıcio anterior. Pretende-se testar a hipotese do n ´ umero de utilizadores ligados ´ a internet atrav ` es de um servidor ter distribuic¸ ´ ao normal de valor m ˜ edio 120 e vari ´ ancia 784. Os dados ˆ foram organizados nas classes apresentadas no quadro abaixo. O quadro tambem tem algumas frequ ´ encias ˆ observadas e algumas probabilidades de *X* pertencer a classe ` *i*, supondo verdadeira a hipotese a testar ( ´ *pi*).

*i* Classe *i* Freq. observada *pi*

1 ] *− ∞,* 95] 11 0.1867

2 ]95*,* 115] 3 *p*2

3 ]115*,* 130] *o*3 0.2120

4 ]130*,* 145] *o*4 *p*4

5 ]145*, ∞*[ 9 0.1867

(1.5) (a) O valor de *p*2 e aproximadamente igual a ´

(A) 0.1000 (B) 0.1727 (C) 0.2073 (D) 0.2419 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(0.5) (b) O valor de *o*4 e igual a ´

(A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 7 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(1.5) (c) O valor observado da estat´ıstica de teste e aproximadamente igual a ´

(A) 13.5 (B) 14.4 (C) 15.3 (D) 16.0 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(1.0) (d) Para o n´ıvel de significancia de 5%, a regi ˆ ao cr ˜ ´ıtica do teste e:´

(A) [0 ; 0*.*484[ *∪* ]11*.*1 ; *∞*[ (B) ]9*.*49 ; *∞*[ (C) ]7*.*78 ; *∞*[ (D) [0 ; 0*.*711[ *∪* ]9*.*49 ; *∞*[ (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(e) Supondo que o valor observado da estat´ıstica de teste e´ *x*2

(1.5) *obs* = 11*.*1, o valor-p e aproximadamente ´ igual a

(A) 0.01 (B) 0.025 (C) 0.05 (D) 0.1 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜ (f) Indique o valor logico da seguinte proposic¸ ´ ao: Se ˜ *x*2

(1.0) *obs* = 11*.*1, entao rejeito a hip ˜ otese nula, ao n ´ ´ıvel de significancia ˆ 5%.

[Responda nas folhas do caderno]

3. Pretende-se estudar a relac¸ao existente entre o rendimento de uma reacc¸ ˜ ao qu ˜ ´ımica (*y*) e a temperatura do laboratorio onde se realiza a experi ´ encia ( ˆ *x*). Registaram-se os seguintes valores:

temperatura 15 16 17 18 15 16 17 18

rendimento 81 88 84 91 79 83 88 90

X*xi* = 132 X*x*2*i* = 2188 X*yi* = 684 X*y*2*i* = 58616

(a) Estime os parametros ˆ *β*0, *β*1 e *σ*2

(1.5) do modelo de regressao linear simples de ˜ *y* sobre *x*.

(2.5) (b) Podemos afirmar que o declive da recta de regressao˜ e positivo? Fundamente a responda fazendo um ´ teste de hipoteses adequado, ao n ´ ´ıvel de 10% de significancia. ˆ

(c) Deduza e calcule o intervalo de 95% de confianc¸a para *σ*2

(2.5) .

(1.0) (d) Calcule o coeficiente de determinac¸ao e comente o valor obtido. ˜

Caderno:

PROBABILIDADES E ESTAT´ISTICA E 

7 de junho de 2017

3oteste (B) – Durac¸ao: 1h30 ˜

| Nome completo:  N.oaluno: Curso:  Nas al´ıneas das perguntas 1 e 2 apenas uma das respostas esta correta. Assinale a resposta com uma cruz no ´ quadrado correspondente. Uma resposta incorreta desconta 0.2 valores e uma nao resposta vale 0 valores. ˜  1. 2.  (a) A B C D E  (a) A B C D  (b) A B C D E  (b) A B C D E  (c) A B C D E  (c) A B C D E  (d) A B C D E  (d) A B C D E  (e) V F  (e) A B C D E  (f) V F |
| --- |

1. Considere o numero de utilizadores ligados ´ a internet atrav ` es de um servidor, durante um per ´ ´ıodo de um minuto. Na seguinte tabela apresentamos os valores registados nos primeiros *n* = 30 minutos. Pretende-se testar a aleatoriedade usando o teste das sequencias ascendentes e descendentes. ˆ

88 84 85 85 84 85 83 85 88 89 91 99 104 112 126 138 146 151 150 148 147 149 143 132 131 139 147 150 148 151

(1.0) (a) A hipotese nula ( ´ *H*0) do teste das sequencias ascendentes e descendentes ˆ e:´ (A) A amostra exibe tendencia. (B) A amostra ˆ e aleat ´ oria. ´

(C) A amostra nao˜ e aleat ´ oria. (D) O n ´ umero de sequ ´ encias ˆ e igual a ´2*n−*1

3.

(1.0) (b) O numero de sequ ´ encias observadas na correspondente amostra de sinais ˆ e´ (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(1.0) (c) Para um n´ıvel de significancia de 4%, a regi ˆ ao de rejeic¸ ˜ ao do teste ˜ e:´

(A) ] *− ∞* ; *−*2*.*05[ *∪* ]2*.*05 ; *∞*[ (B) ] *− ∞* ; *−*2*.*33[ *∪* ]2*.*33 ; *∞*[ (C) ]2*.*05 ; *∞*[ (D) ]1*.*75 ; *∞*[ (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(1.5) (d) Outra amostra de igual dimensao forneceu um valor observado da estat ˜ ´ıstica de teste *zobs* = *−*2*.*23. O valor-p do teste das sequencias ascendentes e descendentes ˆ e:´

(A) 0.0129 (B) 0.0258 (C) 0.1093 (D) 0.2186 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(1.0) (e) Indique o valor logico da seguinte proposic¸ ´ ao: Para um valor observado da estat ˜ ´ıstica de teste igual a *−*2*.*23 deve-se rejeitar a hipotese de aleatoriedade da amostra, a um n ´ ´ıvel de significancia de 4%. ˆ

Total de folhas entregues: Folha no

| 1 |
| --- |

2. Considere a amostra do exerc´ıcio anterior. Pretende-se testar a hipotese do n ´ umero de utilizadores ligados ´ a internet atrav ` es de um servidor ter distribuic¸ ´ ao normal de valor m ˜ edio 120 e vari ´ ancia 784. Os dados ˆ foram organizados nas classes apresentadas no quadro abaixo. O quadro tambem tem algumas frequ ´ encias ˆ observadas e algumas probabilidades de *X* pertencer a classe ` *i*, supondo verdadeira a hipotese a testar ( ´ *pi*).

*i* Classe *i* Freq. observada *pi*

1 ] *− ∞,* 95] 11 0.1867

2 ]95*,* 110] 2 *p*2

3 ]110*,* 125] *o*3 0.2120

4 ]125*,* 145] *o*4 *p*4

5 ]145*, ∞*[ 10 0.1867

(1.5) (a) O valor de *p*2 e aproximadamente igual a ´

(A) 0.1000 (B) 0.1727 (C) 0.2073 (D) 0.2419 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(0.5) (b) O valor de *o*4 e igual a ´

(A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 7 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(1.5) (c) O valor observado da estat´ıstica de teste e aproximadamente igual a ´

(A) 13.5 (B) 14.4 (C) 15.3 (D) 16.0 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(1.0) (d) Para o n´ıvel de significancia de 10%, a regi ˆ ao cr ˜ ´ıtica do teste e:´

(A) [0 ; 0*.*484[ *∪* ]11*.*1 ; *∞*[ (B) ]9*.*49 ; *∞*[ (C) ]7*.*78 ; *∞*[ (D) [0 ; 0*.*711[ *∪* ]9*.*49 ; *∞*[ (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(e) Supondo que o valor observado da estat´ıstica de teste e´ *x*2

(1.5) *obs* = 13*.*3, o valor-p e aproximadamente ´ igual a

(A) 0.01 (B) 0.025 (C) 0.05 (D) 0.1 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜ (f) Indique o valor logico da seguinte proposic¸ ´ ao: Se ˜ *x*2

(1.0) *obs* = 13*.*3, entao rejeito a hip ˜ otese nula, ao n ´ ´ıvel de significancia ˆ 10%.

[Responda nas folhas do caderno]

3. Pretende-se estudar a relac¸ao existente entre o rendimento de uma reacc¸ ˜ ao qu ˜ ´ımica (*y*) e a temperatura do laboratorio onde se realiza a experi ´ encia ( ˆ *x*). Registaram-se os seguintes valores:

temperatura 15 16 17 18 15 16 17 18

rendimento 81 88 84 91 79 83 88 90

X*xi* = 132 X*x*2*i* = 2188 X*yi* = 684 X*y*2*i* = 58616

(a) Estime os parametros ˆ *β*0, *β*1 e *σ*2

(1.5) do modelo de regressao linear simples de ˜ *y* sobre *x*.

(2.5) (b) Podemos afirmar que o declive da recta de regressao˜ e positivo? Fundamente a responda fazendo um ´ teste de hipoteses adequado, ao n ´ ´ıvel de 10% de significancia. ˆ

(c) Deduza e calcule o intervalo de 95% de confianc¸a para *σ*2

(2.5) .

(1.0) (d) Calcule o coeficiente de determinac¸ao e comente o valor obtido. ˜

Caderno:

PROBABILIDADES E ESTAT´ISTICA E 

23 de junho de 2017

Exame (A) – Durac¸ao: 2h30 ˜

| Nome completo:  N.oaluno: Curso:  Nas al´ıneas das perguntas 1–4 apenas uma das respostas esta correta. Assinale a resposta com uma cruz no ´ quadrado correspondente. Uma resposta incorreta desconta 0.2 valores e uma nao resposta vale 0 valores. ˜  1. 2. 3. 4.  (a) A B C D E  (a) A B C D E  (a) A B C D E  (a) A B C D E  (b) A B C D  (b) A B C D E  (b) A B C D E  (b) A B C D E  (c) A B C D E  (c) A B C D E  (d) A B C D E  (d) A B C D E |
| --- |

(1.2) 1. (a) Sabe-se que a gripe su´ına afeta 1 em cada 10 000 pessoas em Portugal. Suponha que a probabilidade de um falso positivo (resultado positivo quando aplicado a uma pessoa que nao sofre da doenc¸a) no ˜ teste de sangue para a gripe su´ına e´ 2% e que a probabilidade de um falso negativo (resultado negativo quando aplicado a uma pessoa que sofre da doenc¸a) e´ 0. Se o teste de sangue duma pessoa deu positivo, qual e a probabilidade dessa pessoa ter gripe su ´ ´ına?

(A) 0*.*005 (B) 0*.*05 (C) 0*.*02 (D) 0*.*0001 (E) Nenhuma das anteriores

(1.0) (b) O acontecimento *A* ocorre com probabilidade 0*.*8 e o acontecimento *B* ocorre com probabilidade 0*.*5. Se *A ∪ B* e o acontecimento certo, a probabilidade de ocorrerem ambos os acontecimentos ´ e:´ (A) 0.2 (B) 0.3 (C) 0.35 (D) 0.4 (E) Nenhuma das anteriores

2. O tempo que um aluno demora a fazer o trajeto de casa para a faculdade, e uma vari ´ avel aleat ´ oria com ´ distribuic¸ao normal e desvio padr ˜ ao igual a 6 min. O aluno cronometrou os trajetos de 10 dias, escolhidos ˜ ao acaso, e obteve a seguinte amostra (em minutos):

43*,* 33*,* 35*,* 37*,* 39*,* 43*,* 55*,* 40*,* 37*,* 42

(1.2) (a) Se o aluno pretender que a amplitude do intervalo com n´ıvel de confianc¸a 95% para o tempo medio do ´ trajeto nao exceda os 2 minutos, dever ˜ a cronometrar os tempos de trajetos em: ´

(A) pelo menos 139 dias (B) pelo menos 102 dias (C) pelo menos 97 dias (D) pelo menos 145 dias (E) Nenhuma das anteriores

(0.6) (b) Suponha que pretende testar a hipotese de que o tempo m ´ edio do trajeto difere de 40 minutos. Con- ´ siderando um dos testes de hipoteses estudados nesta disciplina, indique qual a hip ´ oteses nula ( ´ *H*0) e qual a hipotese alternativa ( ´ *H*1) a considerar:

(A) *H*0: *x*¯ *6*= 40 vs. *H*1: *x*¯ = 40 (B) *H*0: *x*¯ = 40 vs. *H*1: *x*¯ *6*= 40

(C) *H*0: *µ 6*= 40 vs. *H*1: *µ* = 40 (D) *H*0: *µ* = 40 vs. *H*1: *µ 6*= 40

(1.0) (c) Suponha que pretende testar a hipotese de que o tempo m ´ edio do trajeto difere de 40 minutos, a um ´ n´ıvel de significancia de ˆ 5%. O *valor-p* associado a este teste de hipoteses ´ e:´

(A) 0.8336 (B) 0.5832 (C) 0.4168 (D) 0.05 (E) Nenhuma das anteriores

(1.2) (d) Se for desconhecida a variancia do tempo do trajeto, a estimativa por intervalo de ˆ 99% de confianc¸a para o tempo medio do trajeto ´ e´

(A) [33.76; 47.04] (B) [34.10; 46.70] (C) [35.42; 45.38] (D) [34.23; 46.57] (E) Nenhuma das anteriores

Total de folhas entregues: Folha no

| 1 |
| --- |

(1.0) 3. (a) Os clientes chegam a uma loja, de acordo com uma distribuic¸ao de Poisson de valor m ˜ edio 2, a cada ´ 15 minutos. A probabilidade de entrarem 5 clientes, durante 30 minutos, e´

(A) 0.036 (B) 0.156 (C) 0.180 (D) 0.195 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(1.0) (b) Um carro vai fazer um percurso com 4 semaforos. Os sem ´ aforos funcionam de modo independente e, ´ em cada um, a probabilidade do carro parar e 0.4. A probabilidade do carro s ´ o parar uma vez nesse ´ percurso e:´

(A) 0.038 (B) 0.154 (C) 0.086 (D) 0.346 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(1.2) (c) Seja *Y* uma variavel aleat ´ oria discreta com suporte ´ *D* = *{−*4*,* 1*, c}*, *c ∈* R. Se *P*(*Y* = *−*4) = *P*(*Y* = *c*) = *E*(*Y* ) = 0*.*2, entao˜ *c* tem valor:

(A) 2 (B) 1 (C) 0 (D) 4 (E) 3

(1.2) (d) Seja *X* uma variavel aleat ´ oria com distribuic¸ ´ ao normal com valor m ˜ edio e vari ´ ancia iguais a 34 e 64, ˆ respectivamente. A probabilidade de *X* ser menor ou igual a 26 e´

(A) 0.8413 (B) 0.4503 (C) 0.5497 (D) 0.1587 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

4. Pretende-se estudar a relac¸ao existente entre o rendimento de uma reacc¸ ˜ ao qu ˜ ´ımica (*y*) e a temperatura do laboratorio onde se realiza a experi ´ encia ( ˆ *x*). Registaram-se os seguintes valores:

temperatura 15 16 17 18 15 16 17 18

rendimento 41 44 48 51 39 45 46 50

(1.0) (a) O coeficiente de determinac¸ao pertence ao intervalo ˜

(A) ]0.8; 0.9] (B) ]0.9; 0.925] (C) ]0.925; 0.95] (D) ]0.95; 0.975] (E) ]0.975; 1]

(1.0) (b) A estimativa pontual do declive da reta de regressao˜ e:´

(A) *−*10*.*6 (B) 0 (C) 1.033 (D) 3.4 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

5. Considere uma populac¸ao com distribuic¸ ˜ ao dada pela func¸ ˜ ao densidade de probabilidade, ˜ 1*−x*

*f*(*x*) =

2*, −*1 *< x <* 1*,* 0*,* outros valores de *x*;

(2.0) (a) Determine o valor medio e a vari ´ ancia de ˆ *X* e de *Y* = 1 *− X*.

(1.5) (b) Calcule *P*(*X <* 0*.*5*|X >* 0).

6. Os dados da tabela abaixo dizem respeito ao numero de dias de espera at ´ e se observar um dia de negociac¸ ´ ao˜ positiva na bolsa de valores americana Standard & Poor’s 500 (S&P500) durante os anos de 1990 *−* 2011.

Numero de dias ´ 1 2 3 4 5 6 7

Frequencia ˆ 1532 760 338 194 74 33 17 (Total=2948)

(2.5) (a) Teste, ao n´ıvel de significancia de 5%, a hip ˆ otese do n ´ umero de dias de espera, at ´ e´ a ocorr ` encia do ˆ primeiro dia de negociac¸ao positiva seguir uma distribuic¸ ˜ ao geom ˜ etrica com par ´ ametro igual a 0.5. ˆ Admitindo valida a hip ´ otese nula, temos: ´ *P*(*X* = 1) = 0*.*5000, *P*(*X* = 2) = 0*.*2500, *P*(*X* = 3) = 0*.*1250, *P*(*X* = 4) = 0*.*0625, *P*(*X* = 5) = 0*.*0312, *P*(*X* = 6) = 0*.*0156, *P*(*X* = 7) = 0*.*0078

(1.0) (b) Independentemente do resultado da al´ınea (a), assuma que a populac¸ao tem distribuic¸ ˜ ao geom ˜ etrica ´ com parametro ˆ *p* desconhecido. Verifique que o estimador da maxima verosimilhanc¸a do par ´ ametro ˆ *p* e dado por ´ *p*ˆ = *n/*P*ni*=1 *Xi*.

(0.4) (c) Utilizando os dados apresentados na tabela, estime o parametro ˆ *p* atraves do estimador de m ´ axima ´ verosimilhanc¸a.

Caderno:

PROBABILIDADES E ESTAT´ISTICA E 

23 de junho de 2017

Exame (B) – Durac¸ao: 2h30 ˜

| Nome completo:  N.oaluno: Curso:  Nas al´ıneas das perguntas 1–4 apenas uma das respostas esta correta. Assinale a resposta com uma cruz no ´ quadrado correspondente. Uma resposta incorreta desconta 0.2 valores e uma nao resposta vale 0 valores. ˜  1. 2. 3. 4.  (a) A B C D E  (a) A B C D E  (a) A B C D E  (a) A B C D E  (b) A B C D  (b) A B C D E  (b) A B C D E  (b) A B C D E  (c) A B C D E  (c) A B C D E  (d) A B C D E  (d) A B C D E |
| --- |

1. O tempo que um aluno demora a fazer o trajeto de casa para a faculdade, e uma vari ´ avel aleat ´ oria com ´ distribuic¸ao normal e desvio padr ˜ ao igual a 6 min. O aluno cronometrou os trajetos de 10 dias, escolhidos ˜ ao acaso, e obteve a seguinte amostra (em minutos):

43*,* 33*,* 35*,* 37*,* 39*,* 43*,* 55*,* 40*,* 37*,* 42

(1.2) (a) Se o aluno pretender que a amplitude do intervalo com n´ıvel de confianc¸a 95% para o tempo medio do ´ trajeto nao exceda os 2 minutos, dever ˜ a cronometrar os tempos de trajetos em: ´

(A) pelo menos 145 dias (B) pelo menos 102 dias (C) pelo menos 97 dias (D) pelo menos 139 dias (E) Nenhuma das anteriores

(0.6) (b) Suponha que pretende testar a hipotese de que o tempo m ´ edio do trajeto difere de 40 minutos. Con- ´ siderando um dos testes de hipoteses estudados nesta disciplina, indique qual a hip ´ oteses nula ( ´ *H*0) e qual a hipotese alternativa ( ´ *H*1) a considerar:

(A) *H*0: *µ 6*= 40 vs. *H*1: *µ* = 40 (B) *H*0: *µ* = 40 vs. *H*1: *µ 6*= 40

(C) *H*0: *x*¯ *6*= 40 vs. *H*1: *x*¯ = 40 (D) *H*0: *x*¯ = 40 vs. *H*1: *x*¯ *6*= 40

(1.0) (c) Suponha que pretende testar a hipotese de que o tempo m ´ edio do trajeto difere de 40 minutos, a um ´ n´ıvel de significancia de ˆ 5%. O *valor-p* associado a este teste de hipoteses ´ e:´

(A) 0.8336 (B) 0.5832 (C) 0.4168 (D) 0.05 (E) Nenhuma das anteriores

(1.2) (d) Se for desconhecida a variancia do tempo do trajeto, a estimativa por intervalo de ˆ 99% de confianc¸a para o tempo medio do trajeto ´ e´

(A) [33.76; 47.04] (B) [35.42; 45.38] (C) [34.10; 46.70] (D) [34.23; 46.57] (E) Nenhuma das anteriores

(1.2) 2. (a) Sabe-se que a gripe su´ına afeta 1 em cada 10 000 pessoas em Portugal. Suponha que a probabilidade de um falso positivo (resultado positivo quando aplicado a uma pessoa que nao sofre da doenc¸a) no ˜ teste de sangue para a gripe su´ına e´ 2% e que a probabilidade de um falso negativo (resultado negativo quando aplicado a uma pessoa que sofre da doenc¸a) e´ 0. Se o teste de sangue duma pessoa deu positivo, qual e a probabilidade dessa pessoa ter gripe su ´ ´ına?

(A) 0*.*005 (B) 0*.*05 (C) 0*.*02 (D) 0*.*0001 (E) Nenhuma das anteriores

(1.0) (b) O acontecimento *A* ocorre com probabilidade 0*.*7 e o acontecimento *B* ocorre com probabilidade 0*.*5. Se *A ∪ B* e o acontecimento certo, a probabilidade de ocorrerem ambos os acontecimentos ´ e:´ (A) 0.2 (B) 0.3 (C) 0.35 (D) 0.4 (E) Nenhuma das anteriores

Total de folhas entregues: Folha no

| 1 |
| --- |

3. Pretende-se estudar a relac¸ao existente entre o rendimento de uma reacc¸ ˜ ao qu ˜ ´ımica (*y*) e a temperatura do laboratorio onde se realiza a experi ´ encia ( ˆ *x*). Registaram-se os seguintes valores:

temperatura 15 16 17 18 15 16 17 18

rendimento 42 44 48 51 41 45 46 50

(1.0) (a) O coeficiente de determinac¸ao pertence ao intervalo ˜

(A) ]0.8; 0.9] (B) ]0.9; 0.925] (C) ]0.925; 0.95] (D) ]0.95; 0.975] (E) ]0.975; 1]

(1.0) (b) A estimativa pontual do declive da reta de regressao˜ e:´

(A) *−*2*.*8 (B) 0 (C) 0.801 (D) 2.95 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(1.0) 4. (a) Os clientes chegam a uma loja, de acordo com uma distribuic¸ao de Poisson de valor m ˜ edio 2, a cada ´ 15 minutos. A probabilidade de entrarem 3 clientes, durante 30 minutos, e´

(A) 0.036 (B) 0.156 (C) 0.180 (D) 0.195 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(1.0) (b) Um carro vai fazer um percurso com 4 semaforos. Os sem ´ aforos funcionam de modo independente e, ´ em cada um, a probabilidade do carro parar e 0.6. A probabilidade do carro s ´ o parar uma vez nesse ´ percurso e:´

(A) 0.038 (B) 0.154 (C) 0.086 (D) 0.346 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

(1.2) (c) Seja *Y* uma variavel aleat ´ oria discreta com suporte ´ *D* = *{−*4*,* 1*, c}*, *c ∈* R. Se *P*(*Y* = *−*4) = *P*(*Y* = *c*) = 0*.*2 e *E*(*Y* ) = 0*.*6, entao˜ *c* tem valor:

(A) 2 (B) 1 (C) 0 (D) 4 (E) 3

(1.2) (d) Seja *X* uma variavel aleat ´ oria com distribuic¸ ´ ao normal com valor m ˜ edio e vari ´ ancia iguais a 34 e 64, ˆ respectivamente. A probabilidade de *X* ser menor ou igual a 26 e´

(A) 0.8413 (B) 0.4503 (C) 0.5497 (D) 0.1587 (E) Nenhuma das outras opc¸oes ˜

5. Considere uma populac¸ao com distribuic¸ ˜ ao dada pela func¸ ˜ ao densidade de probabilidade, ˜ 1*−x*

*f*(*x*) =

2*, −*1 *< x <* 1*,* 0*,* outros valores de *x*;

(2.0) (a) Determine o valor medio e a vari ´ ancia de ˆ *X* e de *Y* = 1 *− X*.

(1.5) (b) Calcule *P*(*X <* 0*.*5*|X >* 0).

6. Os dados da tabela abaixo dizem respeito ao numero de dias de espera at ´ e se observar um dia de negociac¸ ´ ao˜ positiva na bolsa de valores americana Standard & Poor’s 500 (S&P500) durante os anos de 1990 *−* 2011.

Numero de dias ´ 1 2 3 4 5 6 7

Frequencia ˆ 1532 760 338 194 74 33 17 (Total=2948)

(2.5) (a) Teste, ao n´ıvel de significancia de 5%, a hip ˆ otese do n ´ umero de dias de espera, at ´ e´ a ocorr ` encia do ˆ primeiro dia de negociac¸ao positiva seguir uma distribuic¸ ˜ ao geom ˜ etrica com par ´ ametro igual a 0.5. ˆ Admitindo valida a hip ´ otese nula, temos: ´ *P*(*X* = 1) = 0*.*5000, *P*(*X* = 2) = 0*.*2500, *P*(*X* = 3) = 0*.*1250, *P*(*X* = 4) = 0*.*0625, *P*(*X* = 5) = 0*.*0312, *P*(*X* = 6) = 0*.*0156, *P*(*X* = 7) = 0*.*0078

(1.0) (b) Independentemente do resultado da al´ınea (a), assuma que a populac¸ao tem distribuic¸ ˜ ao geom ˜ etrica ´ com parametro ˆ *p* desconhecido. Verifique que o estimador da maxima verosimilhanc¸a do par ´ ametro ˆ *p* e dado por ´ *p*ˆ = *n/*P*ni*=1 *Xi*.

(0.4) (c) Utilizando os dados apresentados na tabela, estime o parametro ˆ *p* atraves do estimador de m ´ axima ´ verosimilhanc¸a.