

[Cotação]

Só serão consideradas as respostas devidamente justificadas.

1. Considere o conjunto $\mathcal{A} = \{\{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$. Determine:

[0,5] (a) $\bigcap \mathcal{A}$.[0,5] (b) $\bigcup \mathcal{A}$.[0,5] (c) O número de elementos de $\mathcal{P}(\mathcal{A})$.

- [1,5] 2. Mostre através de uma tabela de verdade, que

$$A = (A \cap B) \cup (A \cap B').$$

3. Considere, sobre $X = \{1, 2, 3\}$, a relação binária $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2), (2, 1)\}$.

[1,0] (a) Determine um diagrama para a relação binária R .[1,0] (b) Mostre que R é uma relação de equivalência.[0,5] (c) Determine o conjunto X/R .

4. Seja $Y = \{a, b, c, d, e, f\}$ um conjunto e $Z = \{a, c, d\}$ um subconjunto de Y . Considere a relação de ordem parcial sobre Y , definida por $S = \{(y, y) : y \in Y\} \cup \{(a, d), (a, f), (b, d), (b, f), (d, f), (c, e)\}$.

[1,0] (a) Construa o diagrama de Hasse de S .[1,5] (b) Indique, caso existam, os elementos majorantes, minorantes, supremo, ínfimo, máximo, mínimo, maximais e minimais do subconjunto Z do c.p.o. (Y, S) .

5. Considere as aplicações $f : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$ e $g : \{1, 2, 3\} \longrightarrow \{a, b, c\}$ tais que

$$f(n) = (-1)^n + 2, \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad \text{e} \quad g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ a & b & a \end{pmatrix}.$$

[1,0] (a) Diga, justificando se f é injectiva ou sobrejectiva.[0,5] (b) Indique $f(\{2p : p \in \mathbb{N}\})$.[0,5] (c) Indique $f^{-1}(\{2, 3\})$ e $g^{-1}(c)$.[1,0] (d) Determine a função composta $g \circ f$.

- [2,0] 6. Considere o conjunto $A = \{(2n, \pi) : n \in \mathbb{N}_0\}$. Defina indutivamente o conjunto A .

[2,0] 7. Uma árvore T tem apenas vértices de grau 1 e vértices de grau 4. Sabendo que T tem 16 arcos, determine o número de vértices de grau 1 e o número de vértices de grau 4 de T .

8. Seja G um digrafo conexo e A a sua matriz de adjacências para a marcação usual $(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Considere que:

$$AA^T = \begin{bmatrix} n-1 & 0 & \cdots & 0 & n-2 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ n-2 & 0 & \cdots & 0 & n-1 \end{bmatrix}.$$

[2,0] (a) Determine $d^+(x_i)$ e $d^-(x_i) \quad \forall i \in \{1, \dots, n\}$.[1,0] (b) Justifique que x_i é um poço $\forall i \in \{2, \dots, n-1\}$.

PREENCHA DE FORMA BEM LEGÍVEL

Nome: _____

Número de aluno:

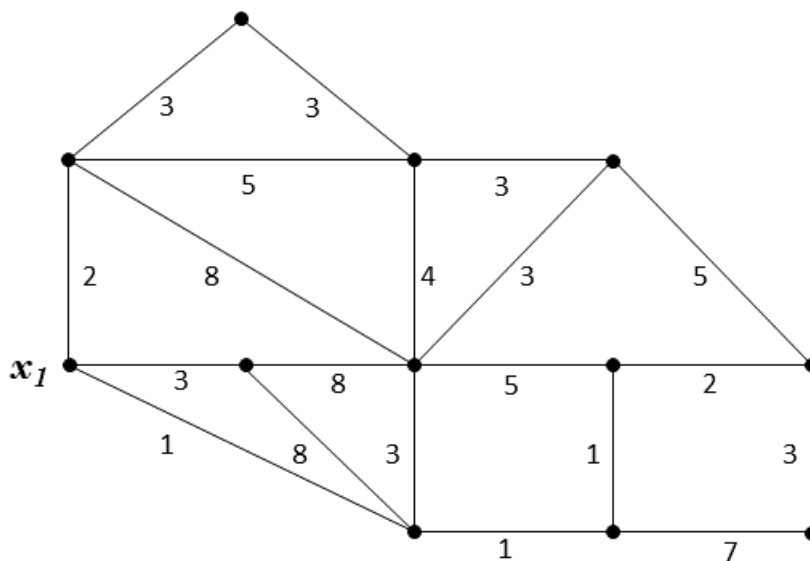
--	--	--	--	--	--

Número de caderno:

--	--	--	--	--	--

- [1,5] 9. (a) Usando o algoritmo de Prim a partir do vértice x_1 , determine uma árvore maximal de valor mínimo para o seguinte grafo ponderado.

[Identifique os arcos, numerando-os pela ordem em que os for escolhendo.]



- [0,5] (b) Indique o valor da árvore obtida.

Fim