



+223/1/36+

Departamento de Matemática
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
 07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	☒	1	1
2	2	2	2	2
3	☒	3	3	3
☒	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	☒	7
8	8	8	8	☒
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (☒) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Gonçalo Barreto Ferreira
Marcelino
 Número: 43178 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (☒) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, \mathcal{U})$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

- ☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1)$. ☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$.
☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1)$. ☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$.

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

- ☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1). ☒ (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).
☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1). ☐ (1, 2, 2, 3).

Questão 3 Considere $G = (X, \mathcal{U})$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $\mathcal{U} = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

- ☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G . ☐ 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .
☐ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G . ☐ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

- ☐ 2. ☐ 3. ☒ 4. ☐ 1.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

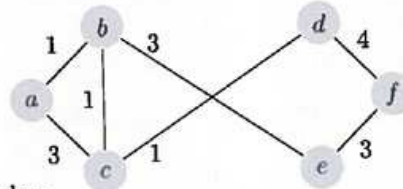
- ☐ 98. ☒ 99.
☐ 100. ☐ Nenhum dos valores mencionados.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☐ Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.
☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.
☒ Nenhuma das restantes alíneas.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



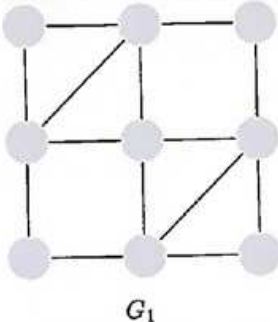
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☐ 11. ☒ 9. ☒ 10. ☐ 7.

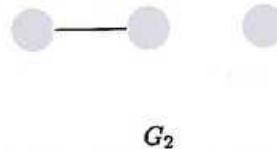
Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
☒ e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
☐ c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.

Questão 9 Considere os grafos:



G_1



G_2

- ☐ G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano.
☒ Nenhum dos grafos é semi-euleriano.
☐ Nenhum dos grafos é euleriano.
☒ G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+442/1/18+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Gonçalo Graça Ferreira Palma

Número: 42581 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, U)$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n.$

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1).$

☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m.$

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1).$

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1).

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).

☐ (1, 2, 2, 3).

☒ (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).

Questão 3 Considere $G = (X, U)$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G .

☐ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G .

☒ 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☐ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

☒ 4.

☐ 3.

☐ 2.

☒ 1.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

☒ 98.

☐ 100.

☒ 99.

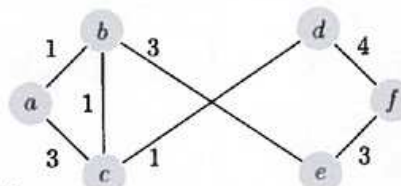
☐ Nenhum dos valores mencionados.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☒ Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.
☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.
☒ Nenhuma das restantes alíneas.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



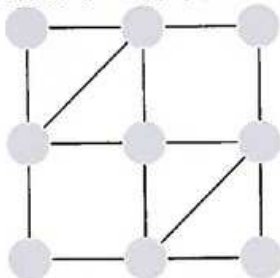
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☐ 10. ☐ 7. ☒ 9. ☒ 11.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☐ c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.
☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
☒ e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.

Questão 9 Considere os grafos:



G_1



G_2

- ☒ Nenhum dos grafos é semi-euleriano. ☒ G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano.
☐ G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano. ☐ Nenhum dos grafos é euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+444/1/14+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0		0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
	4	4	4	4
5	5	5	5	
6	6	6	6	6
7	7		7	7
8	8	8		8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Gonçalo Freitas

Número: 40785 Curso: MIEC

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, U)$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1)$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1)$.

☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$.

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

☒ (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).

☐ (1, 2, 2, 3).

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1).

Questão 3 Considere $G = (X, U)$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

☐ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☐ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G .

☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G .

☐ 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

☒ 4.

☐ 1.

☐ 2.

☐ 3.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

☐ Nenhum dos valores mencionados.

☐ 100.

☒ 99.

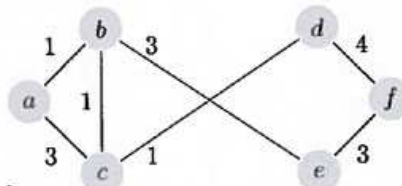
☐ 98.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.
☐ Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
☒ Nenhuma das restantes alíneas.
☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



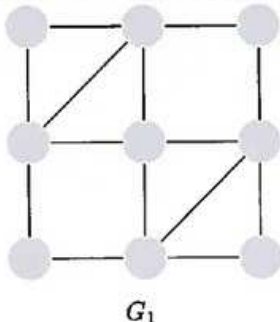
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☐ 7. ☒ 9. ☐ 10. ☐ 11.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
☐ c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.
☒ e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
☒ d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.

Questão 9 Considere os grafos:



G_1



G_2

- ☐ Nenhum dos grafos é semi-euleriano. ☐ G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano.
☒ G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano. ☐ Nenhum dos grafos é euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+47/1/28+

Departamento de Matemática
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
 07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadra-
 dos respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número
 e o curso abaixo.

Nome: Gonçalo Sancho de Queiroz de
Moncada Sousa Mendes
 Número: 42082 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a
 resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com
 caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta
 errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
 Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, \mathcal{U})$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1)$.

☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1)$.

Questão 2 A seguinte seqncia  uma seqncia gráfica:

☒ $(6, 4, 2, 2, 2, 1, 1)$.

☐ $(1, 2, 2, 3)$.

☐ $(6, 4, 2, 2, 1, 1, 1)$.

☐ $(6, 4, 2, 2, 1, 1)$.

Questão 3 Considere $G = (X, \mathcal{U})$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $\mathcal{U} = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

☒ $2, (2, 2), 2, (2, 3), 3$ é um caminho em G .

☒ $1, (2, 1), 2, (2, 3), 3$  uma cadeia em G .

☐ $1, (2, 1), 2, (2, 3), 3$  um caminho em G .

☐ $1, (1, 4), 4, (4, 3), 3$  uma cadeia em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes
 fortemente conexas de G :

☐ 2.

☒ 4.

☐ 3.

☒ 1.

Questão 5 Se G  uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos
 de G pode ser:

☐ 98.

☒ 99.

☐ Nenhum dos valores mencionados.

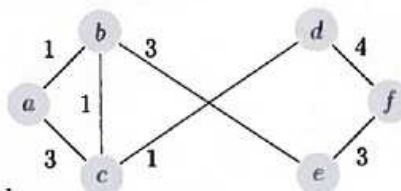
☐ 100.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☐ a) Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
- ☐ b) Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.
- ☒ c) Nenhuma das restantes alíneas.
- ☐ d) Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



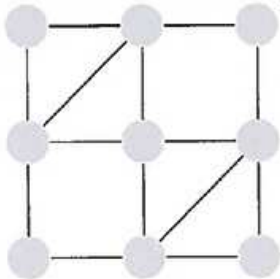
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☒ a) 9. ☐ b) 10. ☐ c) 11. ☐ d) 7.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☐ a) c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.
- ☐ b) d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☒ c) e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☐ d) d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.

Questão 9 Considere os grafos:



G_1



G_2

- ☐ a) G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano.
- ☒ b) G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano.
- ☐ c) Nenhum dos grafos é euleriano.
- ☒ d) Nenhum dos grafos é semi-euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+84/1/14+

Departamento de Matemática
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
 07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Guilherme Francisco Duarte
Lebreiro Teixeira ✓
 Número: 42598 ✓ Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, U)$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m - 1)$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n - 1)$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$.

☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$.

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

☒ $(6, 4, 2, 2, 2, 1, 1)$.

☐ $(6, 4, 2, 2, 1, 1)$.

☐ $(6, 4, 2, 2, 1, 1, 1)$.

☐ $(1, 2, 2, 3)$.

Questão 3 Considere $G = (X, U)$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

☐ $1, (2, 1), 2, (2, 3), 3$ é um caminho em G .

☒ $1, (2, 1), 2, (2, 3), 3$ é uma cadeia em G .

☐ $2, (2, 2), 2, (2, 3), 3$ é um caminho em G .

☐ $1, (1, 4), 4, (4, 3), 3$ é uma cadeia em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

☒ 4.

☒ 1.

☐ 2.

☐ 3.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

☐ 100.

☒ 99.

☐ Nenhum dos valores mencionados.

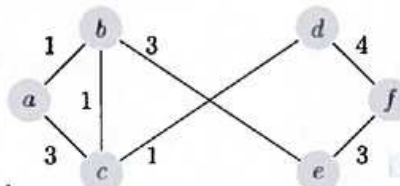
☐ 98.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☐ a) Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
- ☒ b) Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.
- ☒ c) Nenhuma das restantes alíneas.
- ☐ d) Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



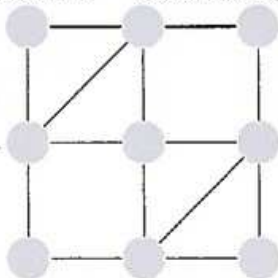
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☒ a) 9. ☐ b) 7. ☐ c) 11. ☐ d) 10.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☐ a) d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
- ☒ b) e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☐ c) c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.
- ☐ d) d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.

Questão 9 Considere os grafos:



G_1



G_2

- ☐ a) G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano.
- ☐ c) Nenhum dos grafos é euleriano.
- ☒ b) Nenhum dos grafos é semi-euleriano.
- ☒ d) G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+431/1/40+

Departamento de Matemática
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
 07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	☒
2	2	☒	☒	2
3	☒	3	3	3
☒	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadradinhos respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Guilherme Seabra

Número: 43221 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, \mathcal{U})$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

- ☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m.$
☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n.$
- ☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n - 1).$
☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m - 1).$

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

- ☐ (1, 2, 2, 3).
 ☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).
- ☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1).
 ☒ (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).

Questão 3 Considere $G = (X, \mathcal{U})$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $\mathcal{U} = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

- ☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G .
 ☐ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G .
- ☐ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .
 ☐ 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

- ☐ 3.
 ☐ 2.
 ☐ 1.
 ☒ 4.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

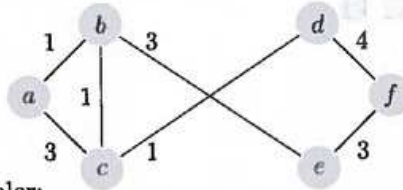
- ☒ 99.
 ☐ Nenhum dos valores mencionados.
- ☐ 100.
 ☐ 98.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☒ Nenhuma das restantes alíneas.
- ☐ Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
- ☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.
- ☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



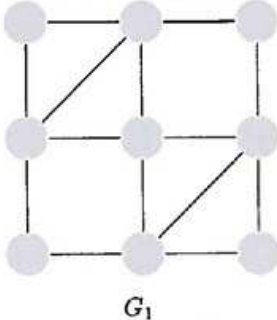
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☐ 7. ☒ 9. ☐ 11. ☐ 10.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
- ☒ e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☐ c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.

Questão 9 Considere os grafos:



G_1



G_2

- ☐ Nenhum dos grafos é euleriano. ☐ G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano.
- ☒ G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano. ☒ Nenhum dos grafos é semi-euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+245/1/52+

Departamento de Matemática
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
 07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	☒	☒	☒
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	☒	3	3	3
☒	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadradinhos respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Guilherme Pereira Gonçalves

Número: 43000 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, U)$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

- ☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$. ☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$.
☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1)$. ☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1)$.

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

- ☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1). ☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1).
☒ (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1). ☐ (1, 2, 2, 3).

Questão 3 Considere $G = (X, U)$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

- ☐ 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G . ☐ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .
☐ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G . ☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

- ☐ 3. ☒ 4. ☐ 1. ☐ 2.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

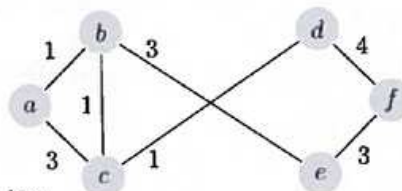
- ☐ Nenhum dos valores mencionados. ☐ 98.
☐ 100. ☒ 99.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☒ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.
☐ Nenhuma das restantes alíneas.
☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.
☐ Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



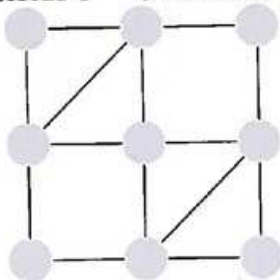
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☒ 9. ☐ 10. ☐ 11. ☐ 7.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☒ e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
☐ c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.
☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.

Questão 9 Considere os grafos:



G_1



G_2

- ☒ G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano. ☐ Nenhum dos grafos é euleriano.
☒ Nenhum dos grafos é semi-euleriano. ☐ G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+30/1/2+

Departamento de Matemática
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
 07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadradinhos respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Guilherme Rosas Borges

Número: 43751 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, \mathcal{U})$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1)$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1)$.

☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$.

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

☒ $(6, 4, 2, 2, 2, 1, 1)$.

☐ $(1, 2, 2, 3)$.

☐ $(6, 4, 2, 2, 1, 1)$.

☐ $(6, 4, 2, 2, 1, 1, 1)$.

Questão 3 Considere $G = (X, \mathcal{U})$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $\mathcal{U} = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

☐ $1, (2, 1), 2, (2, 3), 3$ é um caminho em G .

☒ $1, (2, 1), 2, (2, 3), 3$ é uma cadeia em G .

☐ $2, (2, 2), 2, (2, 3), 3$ é um caminho em G .

☐ $1, (1, 4), 4, (4, 3), 3$ é uma cadeia em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

☐ 1.

☐ 2.

☐ 3.

☒ 4.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

☐ Nenhum dos valores mencionados.

☐ 100.

☐ 98.

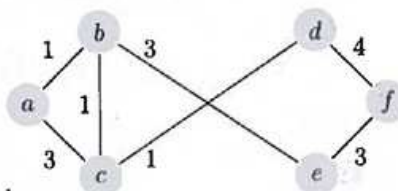
☒ 99.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☒ Nenhuma das restantes alíneas.
- ☐ Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
- ☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.
- ☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



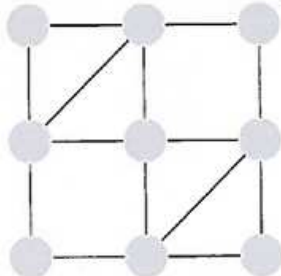
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☒ 9. ☐ 11. ☐ 7. ☐ 10.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
- ☒ e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☐ c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.

Questão 9 Considere os grafos:

 G_1  G_2

- ☐ Nenhum dos grafos é euleriano.
- ☒ Nenhum dos grafos é semi-euleriano.
- ☒ G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano.
- ☐ G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+105/1/32+

Departamento de Matemática
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
 07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: HENRIQUE JOSÉ CONTUMELIAS ATAÍDE

Número: 42392 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, \mathcal{U})$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1)$.

☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1)$.

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

☐ (1, 2, 2, 3).

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).

☒ (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1).

Questão 3 Considere $G = (X, \mathcal{U})$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $\mathcal{U} = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

☐ 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☐ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☐ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G .

☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

☐ 3.

☒ 2.

☒ 4.

☐ 1.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

☐ 100.

☒ 99.

☐ 98.

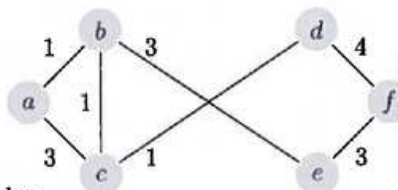
☐ Nenhum dos valores mencionados.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☒ Nenhuma das restantes alíneas.
- ☐ Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
- ☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.
- ☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



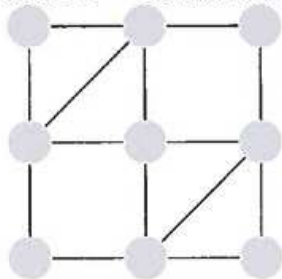
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☒ 9. ☐ 11. ☐ 7. ☐ 10.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☒ d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
- ☐ c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.
- ☒ e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.

Questão 9 Considere os grafos:

 G_1  G_2

- ☐ Nenhum dos grafos é euleriano. ☐ G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano.
- ☐ Nenhum dos grafos é semi-euleriano. ☒ G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+89/1/4+

Departamento de Matemática
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
 07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	☒	2	☒	2
3	3	3	3	3
☒	4	4	4	4
5	5	☒	5	5
6	6	6	6	☒
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Henrique José Tavares do Vale ✓

Número: 42526 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, U)$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m.$

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1).$

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1).$

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n.$

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

☐ (1, 2, 2, 3).

☒ (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1).

Questão 3 Considere $G = (X, U)$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

☐ 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☐ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☐ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G .

☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

☐ 1.

☐ 3.

☐ 2.

☒ 4.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

☐ 100.

☐ 98.

☐ Nenhum dos valores mencionados.

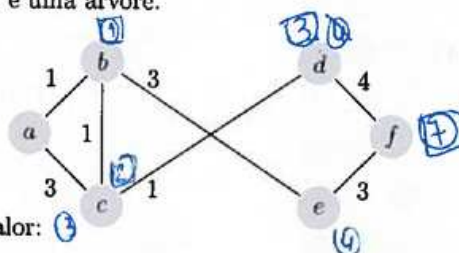
☒ 99.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☒ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.
☐ Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
☒ Nenhuma das restantes alíneas.
☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



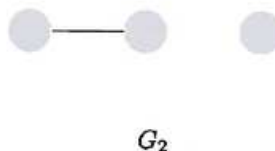
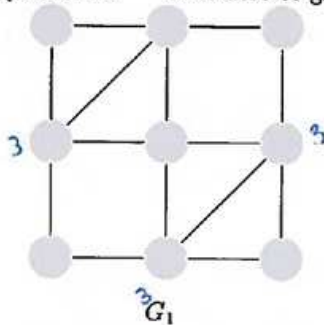
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☒ 9. ☐ 10. ☐ 7. ☐ 11.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☐ c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.
☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
☒ e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.

Questão 9 Considere os grafos:



- ☐ Nenhum dos grafos é semi-euleriano. ☒ Nenhum dos grafos é euleriano.
☐ G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano. ☒ G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+43/1/36+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Henrique Manuel Martins Rodrigues

Número: 42437

Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, U)$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m.$

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1).$

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1).$

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n.$

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).

☒ (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).

☒ (1, 2, 2, 3).

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1).

Questão 3 Considere $G = (X, U)$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

☐ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☐ 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G .

☐ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

☐ 2.

☐ 1.

☒ 4.

☐ 3.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

☒ 99.

☐ 98.

☐ 100.

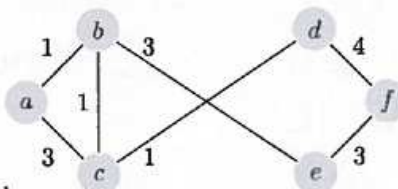
☐ Nenhum dos valores mencionados.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.
☒ Nenhuma das restantes alíneas.
☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.
☒ Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



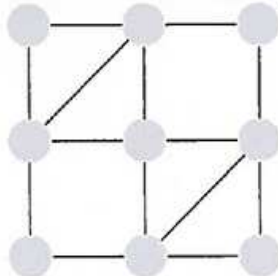
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☐ 7. ☒ 9. ☐ 11. ☐ 10.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
☐ c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.
☒ e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.

Questão 9 Considere os grafos:



G_1



G_2

- ☒ G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano. ☐ Nenhum dos grafos é euleriano.
☐ Nenhum dos grafos é semi-euleriano. ☐ G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+313/1/36+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/06/2014
3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: ...Hugo...Daniel...Lino...Rações...

Número: ...43776... Curso: ...MIEI...

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.

Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, U)$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1)$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1)$.

☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$.

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

☒ (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1).

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).

☒ (1, 2, 2, 3).

Questão 3 Considere $G = (X, U)$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

☒ 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☐ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☐ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G .

☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

☒ 1.

☐ 2.

☒ 4.

☐ 3.

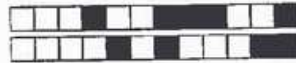
Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

☒ 99.

☐ 100.

☐ Nenhum dos valores mencionados.

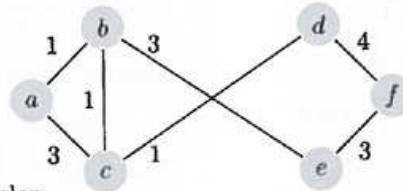
☐ 98.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☐ a Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
- ☒ b Nenhuma das restantes alíneas.
- ☐ c Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.
- ☐ d Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



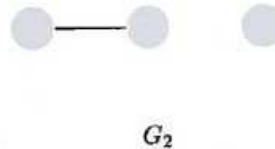
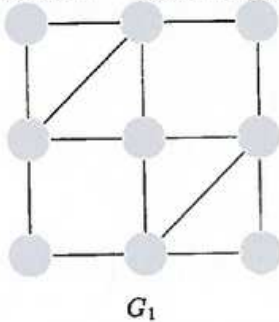
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☐ a 7. ☐ b 10. ☐ c 11. ☒ d 9.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☐ a d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
- ☐ b c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.
- ☒ c e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☐ d d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.

Questão 9 Considere os grafos:



- ☐ a G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano.
- ☒ b G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano.
- ☒ c Nenhum dos grafos é euleriano.
- ☐ d Nenhum dos grafos é semi-euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



Departamento de Matemática
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
 07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Hugo... Filipe Cabrita Costa

Número: 42463... Curso: MIEF

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, \mathcal{U})$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1)$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1)$.

☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$.

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

☐ (1, 2, 2, 3).

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1).

☒ (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).

Questão 3 Considere $G = (X, \mathcal{U})$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $\mathcal{U} = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

☐ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☒ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G .

☐ 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

☐ 2.

☐ 1.

☐ 3.

☒ 4.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

☐ 98.

☒ 99.

☐ 100.

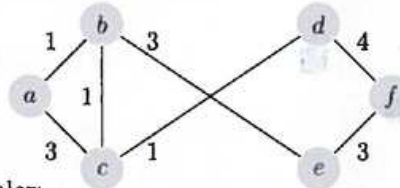
☒ Nenhum dos valores mencionados.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☒ Nenhuma das restantes alíneas.
- ☐ Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
- ☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.
- ☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



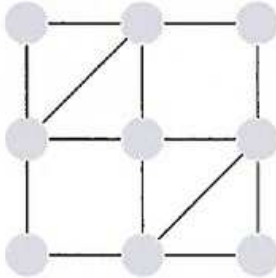
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☒ 9. ☐ 10. ☐ 7. ☐ 11.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☐ c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.
- ☒ e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.

Questão 9 Considere os grafos:



G_1



G_2

- ☐ Nenhum dos grafos é semi-euleriano. ☒ G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano.
- ☐ Nenhum dos grafos é euleriano. ☐ G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



Departamento de Matemática
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
 07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	☒	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	☒	3	3	☒
☒	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	☒	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadradinhos respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Hélder Ribeiro Lopes

 Número: 43093 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, \mathcal{U})$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

2/2

- | | |
|---|--|
| ☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m.$ | ☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1).$ |
| ☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n.$ | ☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1).$ |

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

-0.5/2

- | | |
|--|---|
| ☒ (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1). | ☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1). |
| ☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1). | ☒ (1, 2, 2, 3). |

Questão 3 Considere $G = (X, \mathcal{U})$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $\mathcal{U} = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

2/2

- | | |
|--|---|
| ☐ 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G . | ☐ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G . |
| ☐ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G . | ☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G . |

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

-0.5/2

- | | | | |
|--|--|-----------------------------|-----------------------------|
| ☒ 4. | ☒ 3. | ☐ 2. | ☐ 1. |
|--|--|-----------------------------|-----------------------------|

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

0/2

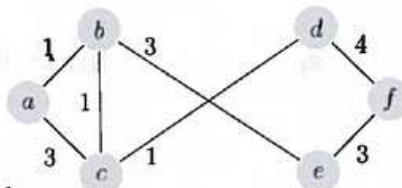
- | | |
|---|--|
| ☐ 100. | ☐ 98. |
| ☒ 99. | ☐ Nenhum dos valores mencionados. |



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.
- ☒ Nenhuma das restantes alíneas.
- ☐ Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
- ☒ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



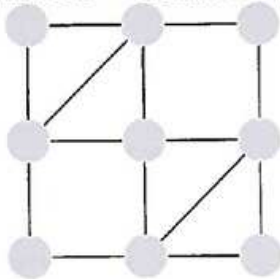
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☐ 10. ☐ 11. ☒ 9. ☐ 7.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☐ c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.
- ☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☒ e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☒ d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.

Questão 9 Considere os grafos:



G_1



G_2

- ☐ Nenhum dos grafos é semi-euleriano.
- ☒ G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano.
- ☐ Nenhum dos grafos é euleriano.
- ☐ G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+102/1/38+

Departamento de Matemática
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
 07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadradinhos respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Ivo Guilherme Correia Figueiredo

Número: 43041 Curso: MIEF

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, U)$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m.$

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m - 1).$

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n.$

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n - 1).$

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).

☒ (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).

☐ (1, 2, 2, 3).

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1).

Questão 3 Considere $G = (X, U)$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

☐ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G .

☐ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G .

☐ 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

☒ 4.

☐ 3.

☐ 1.

☐ 2.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

☐ 100.

☐ 98.

☒ 99.

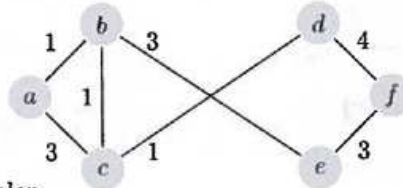
☐ Nenhum dos valores mencionados.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.
- ☐ Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
- ☒ Nenhuma das restantes alíneas.
- ☒ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



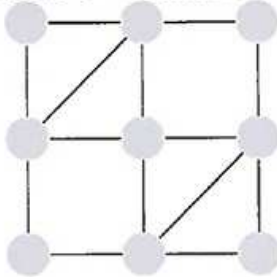
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☐ 10. ☐ 7. ☐ 11. ☒ 9.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
- ☐ c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.
- ☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☒ e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.

Questão 9 Considere os grafos:



G_1



G_2

- ☐ G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano. ☒ G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano.
- ☐ Nenhum dos grafos é euleriano. ☒ Nenhum dos grafos é semi-euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+55/1/12+

Departamento de Matemática
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
 07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Joana Filipa Abreu Antunes Carlos
 Número: 42473 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, \mathcal{U})$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

- ☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m.$ ☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1).$
☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n.$ ☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1).$

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

- ☒ $(6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).$ ☐ $(1, 2, 2, 3).$
☐ $(6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).$ ☐ $(6, 4, 2, 2, 1, 1).$

Questão 3 Considere $G = (X, \mathcal{U})$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $\mathcal{U} = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}.$

- ☐ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G . ☐ 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .
☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G . ☐ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

- ☒ 4. ☐ 2. ☐ 1. ☐ 3.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

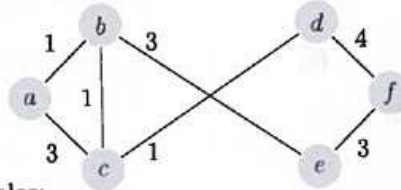
- ☐ 98. ☒ 99.
☐ Nenhum dos valores mencionados. ☐ 100.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☒ Nenhuma das restantes alíneas.
- ☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.
- ☐ Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
- ☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



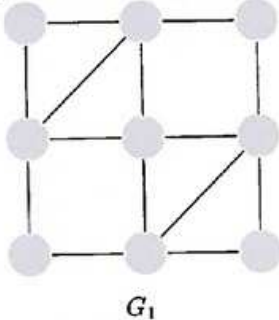
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☐ 11. ☐ 7. ☐ 10. ☒ 9.

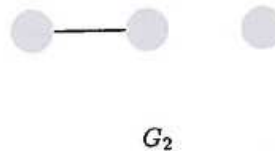
Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☒ e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
- ☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
- ☐ c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.

Questão 9 Considere os grafos:



G_1



G_2

- ☒ G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano.
- ☐ Nenhum dos grafos é semi-euleriano.
- ☐ G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano.
- ☐ Nenhum dos grafos é euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+48/1/26+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/06/2014
3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: ...Joana...Tavares...

Número: ...43.072... Curso: ...MIEI...

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, U)$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1)$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1)$.

☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$.

☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$.

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1).

☒ (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).

☒ (1, 2, 2, 3).

Questão 3 Considere $G = (X, U)$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

☐ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☐ 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G .

☐ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

☐ 3.

☒ 4.

☒ 1.

☐ 2.

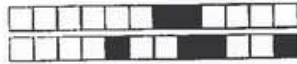
Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

☒ 99.

☐ 100.

☐ 98.

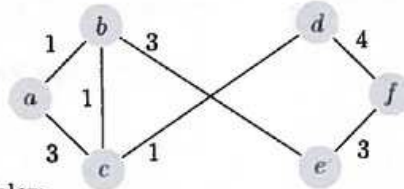
☐ Nenhum dos valores mencionados.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☐ A Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.
☐ B Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
☒ C Nenhuma das restantes alíneas.
☐ D Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



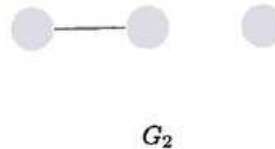
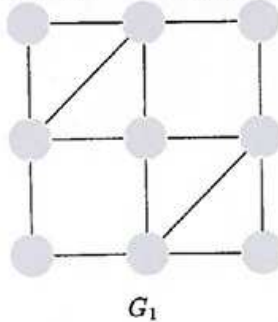
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☒ A 9. ☐ B 10. ☐ C 7. ☐ D 11.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☐ A c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.
☒ B e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
☐ C d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
☐ D d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.

Questão 9 Considere os grafos:



- ☐ A Nenhum dos grafos é semi-euleriano. ☐ C Nenhum dos grafos é euleriano.
☒ B G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano. ☐ D G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+100/1/42+

Departamento de Matemática
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
 07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadradinhos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Jorge Canelas

Número: 44347 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, U)$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1)$.

☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1)$.

☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$.

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).

☒ (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1).

☐ (1, 2, 2, 3).

Questão 3 Considere $G = (X, U)$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

☐ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G .

☐ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G .

☐ 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

☐ 1.

☒ 4.

☐ 3.

☐ 2.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

☒ 99.

☐ 98.

☒ Nenhum dos valores mencionados.

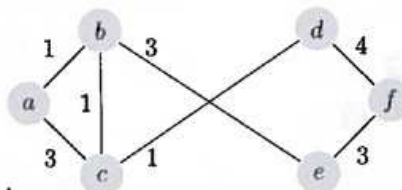
☐ 100.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.
☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.
☐ Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
☒ Nenhuma das restantes alíneas.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



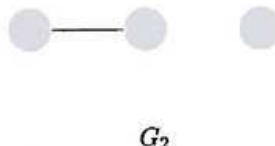
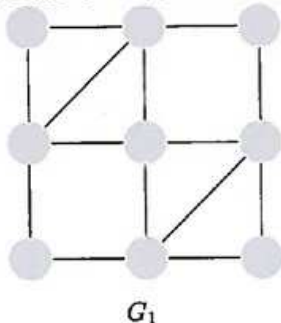
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☐ 10. ☐ 7. ☒ 9. ☐ 11.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
☐ c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.
☒ e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.

Questão 9 Considere os grafos:



- ☐ Nenhum dos grafos é semi-euleriano. ☒ G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano.
☐ G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano. ☐ Nenhum dos grafos é euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+448/1/6+

Departamento de Matemática
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
 07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadros respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: José Carlos Torres Rafael

Número: 42085 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, U)$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1)$.

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1)$.

☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n$.

☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m$.

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1).

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).

☒ (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).

☐ (1, 2, 2, 3).

Questão 3 Considere $G = (X, U)$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

☒ 1. (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G .

☐ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G .

☐ 2. (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☐ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

☒ 1.

☒ 4.

☐ 2.

☐ 3.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

☐ Nenhum dos valores mencionados.

☐ 98.

☒ 99.

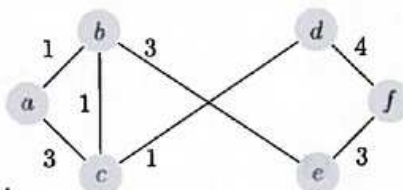
☒ 100.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☐ Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.
☒ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.
☒ Nenhuma das restantes alíneas.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



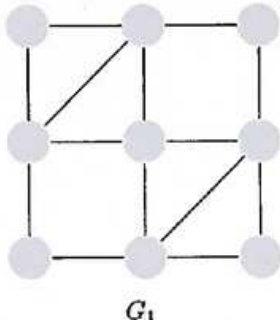
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☐ 7. ☒ 9. ☐ 10. ☐ 11.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☐ c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.
☒ e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.

Questão 9 Considere os grafos:



G_1



G_2

- ☒ G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano. ☐ G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano.
☐ Nenhum dos grafos é semi-euleriano. ☐ Nenhum dos grafos é euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.



+322/1/18+

Departamento de Matemática
 Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
 07/06/2014 3º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: José Diogo Pires das Graças

Número: 42877 Curso: MIEI

Para cada questão 1-9 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver a questão 10 de resposta aberta — 2 valores.

Questão 1 Seja $G = (X, U)$ um multigrafo com n vértices e m arcos.

☒ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2m.$

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2n.$

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(m-1).$

☐ $\sum_{x \in X} d_G(x) = 2(n-1).$

Questão 2 A seguinte sequência é uma sequência gráfica:

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1).

☐ (1, 2, 2, 3).

☒ (6, 4, 2, 2, 2, 1, 1).

☐ (6, 4, 2, 2, 1, 1, 1).

Questão 3 Considere $G = (X, U)$, com $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $U = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 4)\}$.

☐ 2, (2, 2), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

☒ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é uma cadeia em G .

☐ 1, (1, 4), 4, (4, 3), 3 é uma cadeia em G .

☐ 1, (2, 1), 2, (2, 3), 3 é um caminho em G .

Questão 4 Considere o grafo G definido na questão anterior. O número de componentes fortemente conexas de G é:

☐ 3.

☐ 1.

☒ 4.

☐ 2.

Questão 5 Se G é uma árvore com n vértices, todos de grau ímpar, então o número de arcos de G pode ser:

☒ 99.

☐ 98.

☐ Nenhum dos valores mencionados.

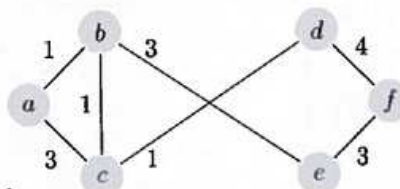
☐ 100.



Questão 6 Seja G um grafo simples conexo com n vértices e m arcos.

- ☐ Qualquer subgrafo de G com $m - 1$ arcos é uma árvore.
☒ Nenhuma das restantes alíneas.
☒ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ arcos é uma árvore.
☐ Qualquer subgrafo de G com $n - 1$ vértices é uma árvore.

Questão 7 Considere o grafo ponderado:



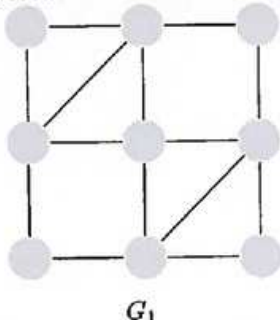
Uma sua árvore maximal de valor mínimo tem valor:

- ☐ 11. ☐ 10. ☒ 9. ☐ 7.

Questão 8 Aplique o algoritmo da cadeia mais curta, ao grafo da questão anterior, para determinar uma cadeia $a - f$. Num dado momento

- ☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 3 e 7, respectivamente.
☐ d e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
☒ e e f têm etiquetas provisórias com valores 4 e 7, respectivamente.
☐ c e d têm etiquetas provisórias com valor 3.

Questão 9 Considere os grafos:



G_1



G_2

- ☐ Nenhum dos grafos é euleriano. ☒ G_1 é euleriano e G_2 é semi-euleriano.
☐ Nenhum dos grafos é semi-euleriano. ☐ G_1 é semi-euleriano e G_2 é euleriano.

Questão 10

Seja G um digrafo com 4 vértices e A uma matriz de adjacências de G . Sabendo que para todo o $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ se tem $A_{ii} = (A^2)_{ii} = (A^3)_{ii} = 0$ e $(A^4)_{ii} \neq 0$, mostre que G é fortemente conexo.