João Manuel Guimarães Fontes - 41926 - MIEI
Mark: -0.5/16 (total score: -0.5/16)

+333/1/56+

Departamento de Matemática | **Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL**
Matemática Discreta | **07/05/2014** | **2º Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: João Manuel Guimarães Fontes

Número: 41926 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

-0.5/2

- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [x] $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [ ] $f(A) \cap f(B) \subsetneq f(A \cap B)$.
- [ ] $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1, das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

0/2

- [ ] Todas são sobrejectivas.
- [ ] Nenhuma é sobrejectiva.
- [ ] Todas são injectivas.
- [ ] Nenhuma é injectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

-0.5/2

- [x] f é bijectiva.
- [ ] f é sobrejectiva e g é injectiva.
- [ ] g é bijectiva .
- [ ] f é injectiva e g é sobrejectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

-0.5/2

- [ ] Nenhuma das aplicações é invertível.
- [x] Quatro das aplicações são invertíveis.
- [ ] Apenas uma das aplicações é invertível.
- [ ] Apenas duas aplicações são invertíveis.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

☒ a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$. ■ c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

-0.5/2

☐ b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$. ☐ d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

☐ a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$. ☐ c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.

0/2

☒ b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$. ☐ d $\Delta = \{\emptyset\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

☐ a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$. ■ c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

-0.5/2

☐ b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$. ☒ d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

☐ a $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

☐ b $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

2/2

■ c $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

☐ d $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

João Manuel de Almeida Correia Pereira - 42778 - MIEI
Mark: 16/16 (total score: 16/16)

+399/1/44+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014 **2º Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	■	2	2	2
3	3	3	3	3
■	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	■	■	7
8	8	8	8	■
9	9	9	9	9

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: João Manuel Pereira

Número: 42778 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

2/2

- [x] $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] b $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [ ] c $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [ ] d $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

2/2

- [x] Nenhuma é injectiva.
- [ ] b Todas são injectivas.
- [ ] c Todas são sobrejectivas.
- [ ] d Nenhuma é sobrejectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

2/2

- [x] f é injectiva e g é sobrejectiva.
- [ ] b g é bijectiva .
- [ ] c f é sobrejectiva e g é injectiva.
- [ ] d f é bijectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] a Apenas uma das aplicações é invertível.
- [x] Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] c Nenhuma das aplicações é invertível.
- [ ] d Quatro das aplicações são invertíveis.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [x] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [x] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\quad \oplus(A, \emptyset) = A \quad$ e $\quad \oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [x] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

2/2

- [x] a $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] c $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] d $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\quad \forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

João Melo Gago - 43869 - MIEI
Mark: 2/16 (total score: 2/16)

+293/1/16+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: João Melo Gago

Número: 43869 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

-0.5/2

- ■ $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- ☒ $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- ☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- ☐ $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

0/2

- ☐ Todas são injectivas.
- ☒ Nenhuma é injectiva.
- ☐ Nenhuma é sobrejectiva.
- ☐ Todas são sobrejectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

0/2

- ☐ f é sobrejectiva e g é injectiva.
- ☐ f é bijectiva.
- ☐ g é bijectiva .
- ☒ f é injectiva e g é sobrejectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

-0.5/2

- ■ Apenas uma das aplicações é invertível.
- ☒ Apenas duas aplicações são invertíveis.
- ☐ Quatro das aplicações são invertíveis.
- ☐ Nenhuma das aplicações é invertível.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

-0.5/2

- [a] $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [b] $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [c] $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [d] $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [a] $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [b] $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [c] $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [d] $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- [a] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [b] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [c] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [d] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

-0.5/2

- [a] $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [b] $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [c] $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [d] $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

João Miguel Gago Gonçalves - 44361 - MIEI
Mark: 4/16 (total score: 4/16)

+394/1/54+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	■
2	2	2	2	2
3	3	■	3	3
■	■	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	■	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: João Miguel Gago Gonçalves

Número: 44361 Curso: MiEi

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

-0.5/2

- [ ] $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [x] $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [■] $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1, das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

0/2

- [ ] Nenhuma é sobrejectiva.
- [■] Todas são injectivas.
- [x] Nenhuma é injectiva.
- [■] Todas são sobrejectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

2/2

- [x] f é injectiva e g é sobrejectiva.
- [ ] f é bijectiva.
- [ ] g é bijectiva .
- [ ] f é sobrejectiva e g é injectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] Apenas uma das aplicações é invertível.
- [x] Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] Quatro das aplicações são invertíveis.
- [ ] Nenhuma das aplicações é invertível.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

-0.5/2

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [x] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [x] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

-0.5/2

- [x] a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [ ] b $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [x] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [ ] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [x] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

-0.5/2

- [x] a $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] b $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] c $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [x] d $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

João Miguel Luís Santos - 42958 - MIEI
Mark: 11.5/16 (total score: 11.5/16)

+332/1/58+

Departamento de Matemática | **Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL**
Matemática Discreta | **07/05/2014** | **2º Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: João Miguel Luís Santos

Número: 42958 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

-0.5/2

- [ ] a $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [x] b $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [ ] c $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] d $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

0/2

- [ ] a Todas são sobrejectivas.
- [ ] b Todas são injectivas.
- [ ] c Nenhuma é injectiva.
- [ ] d Nenhuma é sobrejectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

2/2

- [x] a f é injectiva e g é sobrejectiva.
- [ ] b f é bijectiva.
- [ ] c f é sobrejectiva e g é injectiva.
- [ ] d g é bijectiva .

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [x] a Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] b Quatro das aplicações são invertíveis.
- [ ] c Nenhuma das aplicações é invertível.
- [ ] d Apenas uma das aplicações é invertível.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [x] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [x] a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] b $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [x] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

2/2

- [ ] a $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [x] b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] c $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] d $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

João Patrício Pereira - 43756 - MIEI
Mark: 13.5/16 (total score: 13.5/16)

+144/1/14+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: João Patrício Pereira

Número: 43756 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

2/2

- [x] $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

2/2

- [x] Nenhuma é injectiva.
- [ ] Todas são sobrejectivas.
- [ ] Todas são injectivas.
- [ ] Nenhuma é sobrejectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

-0.5/2

- [x] f é injectiva e g é sobrejectiva.
- [ ] f é sobrejectiva e g é injectiva.
- [ ] f é bijectiva.
- [x] g é bijectiva .

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] Quatro das aplicações são invertíveis.
- [ ] Apenas uma das aplicações é invertível.
- [ ] Nenhuma das aplicações é invertível.
- [x] Apenas duas aplicações são invertíveis.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [x] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [x] a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] b $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [x] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

2/2

- [x] a $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] c $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] d $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

João Pedro Baptista Afonso - 42960 - MIEI
Mark: 5.5/16 (total score: 5.5/16)

[redacted]

+499/1/24+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	■
1	1	1	1	1
2	■	2	2	2
3	3	3	3	3
■	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	■	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	■	9	9

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: João Pedro Baptista Afonso

Número: 42960 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

2/2

- [x] $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

0/2

- [ ] Nenhuma é sobrejectiva.
- [ ] Nenhuma é injectiva.
- [ ] Todas são sobrejectivas.
- [ ] Todas são injectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

0/2

- [ ] f é sobrejectiva e g é injectiva.
- [ ] g é bijectiva .
- [ ] f é injectiva e g é sobrejectiva.
- [ ] f é bijectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

-0.5/2

- [x] Apenas uma das aplicações é invertível.
- [ ] Quatro das aplicações são invertíveis.
- [ ] Nenhuma das aplicações é invertível.
- [ ] Apenas duas aplicações são invertíveis.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [x] a) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] b) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [ ] c) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] d) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

0/2

- [ ] a) $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [x] b) $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] c) $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [ ] d) $\Delta = \{\emptyset\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

0/2

- [x] a) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] b) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [ ] c) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [ ] d) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

2/2

- [ ] a) $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [x] b) $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [ ] c) $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [ ] d) $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

João Pedro Frade Gonçalves - 43838 - MIEI
Mark: 6.5/16 (total score: 6.5/16)

+218/1/46+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: João Pedro Frade Gonçalves

Número: 43838 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

-0.5/2

- ■ $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- ☒ $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- ☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- ☐ $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

-0.5/2

- ☐ Todas são sobrejectivas.
- ■ Todas são injectivas.
- ☐ Nenhuma é sobrejectiva.
- ☒ Nenhuma é injectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

0/2

- ☐ g é bijectiva .
- ☐ f é sobrejectiva e g é injectiva.
- ☒ f é injectiva e g é sobrejectiva.
- ☐ f é bijectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- ■ Apenas duas aplicações são invertíveis.
- ☐ Apenas uma das aplicações é invertível.
- ☐ Nenhuma das aplicações é invertível.
- ☐ Quatro das aplicações são invertíveis.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [x] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [ ] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [x] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [x] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

-0.5/2

- [ ] a $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [x] b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [ ] c $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [ ] d $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

João Pedro Sousa Jorge - 42644 - MIEI
Mark: 11/16 (total score: 11/16)

+518/1/46+

Departamento de Matemática | Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
Matemática Discreta | 07/05/2014 | 2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: João Pedro Sousa Jorge

Número: 42644 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

-0.5/2

- [x] $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [ ] $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [ ] $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1, das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

-0.5/2

- [ ] Nenhuma é sobrejectiva.
- [ ] Nenhuma é injectiva.
- [ ] Todas são sobrejectivas.
- [x] Todas são injectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] f é bijectiva.
- [ ] g é bijectiva .
- [ ] f é sobrejectiva e g é injectiva.
- [x] f é injectiva e g é sobrejectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] Quatro das aplicações são invertíveis.
- [x] Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] Apenas uma das aplicações é invertível.
- [ ] Nenhuma das aplicações é invertível.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [x] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [x] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [x] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

2/2

- [ ] a $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] b $[P(0) \land \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] c $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [x] d $[P(0) \land \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função *zeros* : $\mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

João Pedro Valadares Barrulas - 43413 - MIEI
Mark: 3.5/16 (total score: 3.5/16)

+156/1/50+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: ....João Pedro Valadares Barrulas....

Número: ....43413.... Curso: ....MIEI....

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

-0.5/2

- ☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- ■ $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- ☒ $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- ☐ $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

-0.5/2

- ☐ Todas são sobrejectivas.
- ■ Todas são injectivas.
- ☐ Nenhuma é sobrejectiva.
- ☒ Nenhuma é injectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

2/2

- ☐ f é bijectiva.
- ■ f é injectiva e g é sobrejectiva.
- ☐ f é sobrejectiva e g é injectiva.
- ☐ g é bijectiva .

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

-0.5/2

- ☒ Apenas duas aplicações são invertíveis.
- ☐ Quatro das aplicações são invertíveis.
- ■ Apenas uma das aplicações é invertível.
- ☐ Nenhuma das aplicações é invertível.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [x] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

-0.5/2

- [x] a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [x] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] b $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [x] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

- [x] a $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] b $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] c $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [x] d $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

-0.5/2

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

João Pedro Vicente Martins Borrego - 42652 - MIEI
Mark: 11/16 (total score: 11/16)

+143/1/16+

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	■	2	2	■
3	3	3	3	3
■	4	4	4	4
5	5	5	■	5
6	6	■	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: João Pedro Vicente Martins Borrego

Número: 42652 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

-0.5/2

- [ ] $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [ ] $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [x] $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

2/2

- [ ] Todas são injectivas.
- [ ] Nenhuma é sobrejectiva.
- [x] Nenhuma é injectiva.
- [ ] Todas são sobrejectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

2/2

- [x] f é injectiva e g é sobrejectiva.
- [ ] g é bijectiva .
- [ ] f é sobrejectiva e g é injectiva.
- [ ] f é bijectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] Nenhuma das aplicações é invertível.
- [ ] Quatro das aplicações são invertíveis.
- [x] Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] Apenas uma das aplicações é invertível.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [x] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

-0.5/2

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [ ] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [x] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [x] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

2/2

- [x] a $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] c $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] d $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

João Pedro de Sousa Oliveira - 43263 - MIEI
Mark: 11/16 (total score: 11/16)

+284/1/34+

Departamento de Matemática | Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
Matemática Discreta | 07/05/2014 | 2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: João Pedro de Sousa Oliveira

Número: .... Curso: ....

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

-0.5/2

- [ ] $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [x] $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [ ] $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

-0.5/2

- [ ] Nenhuma é sobrejectiva.
- [x] Todas são injectivas.
- [ ] Todas são sobrejectivas.
- [ ] Nenhuma é injectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

2/2

- [x] f é injectiva e g é sobrejectiva.
- [ ] f é sobrejectiva e g é injectiva.
- [ ] f é bijectiva.
- [ ] g é bijectiva .

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1,2\}$ no conjunto $Y = \{a,b\}$.

2/2

- [x] Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] Apenas uma das aplicações é invertível.
- [ ] Nenhuma das aplicações é invertível.
- [ ] Quatro das aplicações são invertíveis.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [x] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [ ] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [x] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [x] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

2/2

- [ ] a $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] b $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [x] c $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] d $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

João Pereira Cordeiro De Sales Luis - 42036 - MIEI
Mark: 7/16 (total score: 7/16)

+73/1/36+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0 0 0 0 0
1 1 1 1 1
2 2 2 2 2
3 3 3 3 3
4 4 4 4 4
5 5 5 5 5
6 6 6 6 6
7 7 7 7 7
8 8 8 8 8
9 9 9 9 9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: João Pereira Cordeiro de Sales Luis

Número: 42036 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

-0.5/2

- [x] $f(A\cap B) \subseteq f(A)\cap f(B)$.
- [ ] $f(A)\cap f(B) \subseteq f(A\cap B)$.
- [ ] $A\cap B = f^{-1}(f(A\cap B))$.
- [x] $A\cap B = f^{-1}(f(A))\cap f^{-1}(f(B))$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

-0.5/2

- [ ] Todas são injectivas.
- [ ] Nenhuma é sobrejectiva.
- [x] Nenhuma é injectiva.
- [x] Todas são sobrejectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g\,o\,f$ é bijectiva então:

0/2

- [ ] g é bijectiva .
- [x] f é injectiva e g é sobrejectiva.
- [ ] f é bijectiva.
- [ ] f é sobrejectiva e g é injectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1,2\}$ no conjunto $Y = \{a,b\}$.

2/2

- [ ] Quatro das aplicações são invertíveis.
- [ ] Apenas uma das aplicações é invertível.
- [ ] Nenhuma das aplicações é invertível.
- [x] Apenas duas aplicações são invertíveis.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [x] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [x] a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [ ] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

0/2

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [x] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

- [ ] a $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [ ] b $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [x] c $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [ ] d $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.

2/2

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

João Ricardo Antunes Afonso - 40862 - MIEMN
Mark: 13.5/16 (total score: 13.5/16)

+520/1/42+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: João Ricardo Antunes Afonso

Número: 40862 Curso: MIEMN

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

2/2

- [x] $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [ ] $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

-0.5/2

- [x] Nenhuma é injectiva.
- [ ] Nenhuma é sobrejectiva.
- [x] Todas são sobrejectivas.
- [ ] Todas são injectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] f é sobrejectiva e g é injectiva.
- [ ] g é bijectiva .
- [x] f é injectiva e g é sobrejectiva.
- [ ] f é bijectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] Quatro das aplicações são invertíveis.
- [ ] Apenas uma das aplicações é invertível.
- [x] Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] Nenhuma das aplicações é invertível.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

☐ a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

☐ b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

☒ c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

☐ d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

☐ a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.

☐ b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.

☐ c $\Delta = \{\emptyset\}$.

☒ d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

☐ a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

☐ b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

☒ c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

☐ d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

2/2

☐ a $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.

☐ b $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.

☐ c $[P(0) \land \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.

☒ d $[P(0) \land \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

João Ricardo Esquetim Marques da Costa Lopes - 42994 - MIEI
Mark: 11/16 (total score: 11/16)

+13/1/36+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014 **2º Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	■	2	2	2
3	3	3	3	3
■	4	4	4	■
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	■	■	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: João Ricardo Esquetim Marques da Costa Lopes

Número: 42994 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

-0.5/2

- ■ $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- ☐ b $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- ☐ c $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- ☒ $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

2/2

- ☐ a Nenhuma é sobrejectiva.
- ☐ b Todas são injectivas.
- ☐ c Todas são sobrejectivas.
- ■ Nenhuma é injectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

2/2

- ☐ a f é sobrejectiva e g é injectiva.
- ■ f é injectiva e g é sobrejectiva.
- ☐ c f é bijectiva.
- ☐ d g é bijectiva .

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- ☐ a Apenas uma das aplicações é invertível.
- ■ Apenas duas aplicações são invertíveis.
- ☐ c Nenhuma das aplicações é invertível.
- ☐ d Quatro das aplicações são invertíveis.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

☐ a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

☒ b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

☐ c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

☐ d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

☒ a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.

☐ b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.

☐ c $\Delta = \{\emptyset\}$.

☐ d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

-0.5/2

☐ a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

☐ b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

☒ c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

☒ d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

2/2

☐ a $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

☒ b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

☐ c $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

☐ d $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

João Tiago Ramos Machado - 43126 - MIEI
Mark: 6/16 (total score: 6/16)

+375/1/32+

Departamento de Matemática — **Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL**
Matemática Discreta — **07/05/2014** — **2º Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	■	1	1
2	2	2	■	2
3	■	3	3	3
■	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	■
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: João Tiago Ramos Machado

Número: 43126 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

-0.5/2

- [ ] a $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [ ] b $f(A) \cap f(B) \subsetneq f(A \cap B)$.
- [x] $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [x] $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

-0.5/2

- [x] Nenhuma é injectiva.
- [x] Todas são sobrejectivas.
- [ ] c Nenhuma é sobrejectiva.
- [ ] d Todas são injectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] a g é bijectiva .
- [ ] b f é sobrejectiva e g é injectiva.
- [ ] c f é bijectiva.
- [x] f é injectiva e g é sobrejectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

-0.5/2

- [x] Quatro das aplicações são invertíveis.
- [ ] b Nenhuma das aplicações é invertível.
- [x] Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] d Apenas uma das aplicações é invertível.

2/2

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

- [x] $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

2/2

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [ ] b $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [x] $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.

2/2

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [x] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

-0.5/2

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

- [ ] $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [x] $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] c $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] d $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

João de Sousa Falcão Henriques - 42650 - MIEI
Mark: 11/16 (total score: 11/16)

+250/1/42+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	■
1	1	1	1	1
2	■	2	2	2
3	3	3	3	3
■	4	4	4	4
5	5	5	■	5
6	6	■	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: João de Sousa Falcão Henriques

Número: 42650 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

2/2

- ☐ $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- ☒ $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- ☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- ☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

-0.5/2

- ☒ Nenhuma é injectiva.
- ■ Todas são injectivas.
- ☐ Todas são sobrejectivas.
- ☐ Nenhuma é sobrejectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

2/2

- ☐ g é bijectiva .
- ☒ f é injectiva e g é sobrejectiva.
- ☐ f é sobrejectiva e g é injectiva.
- ☐ f é bijectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- ☐ Nenhuma das aplicações é invertível.
- ☐ Quatro das aplicações são invertíveis.
- ☒ Apenas duas aplicações são invertíveis.
- ☐ Apenas uma das aplicações é invertível.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- d $\Delta = \{\emptyset\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

-0.5/2

- a $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- b $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- c $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- d $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função *zeros* : $\mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Júlio Azevedo Quaresma - 41770 - MIEI
Mark: 7/16 (total score: 7/16)

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Júlio Azevedo Quaresma

Número: 41770 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

0/2

- [ ] $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [x] $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

-0.5/2

- [x] Todas são injectivas.
- [x] Nenhuma é injectiva.
- [ ] Nenhuma é sobrejectiva.
- [ ] Todas são sobrejectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] f é bijectiva.
- [ ] f é sobrejectiva e g é injectiva.
- [x] f é injectiva e g é sobrejectiva.
- [ ] g é bijectiva .

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] Quatro das aplicações são invertíveis.
- [x] Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] Apenas uma das aplicações é invertível.
- [ ] Nenhuma das aplicações é invertível.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

0/2

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [x] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [ ] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [x] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- [x] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [ ] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

-0.5/2

- [x] a $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] b $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] c $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [x] d $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Krystian Loesche - 42664 - MIEEC
Mark: 3.5/16 (total score: 3.5/16)

+502/1/18+

Departamento de Matemática | **Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL**
Matemática Discreta | **07/05/2014** | **2º Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Krystian Loesche

Número: 42664 Curso: MIEEC

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

-0.5/2

- [x] $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [x] $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1, das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

-0.5/2

- [x] Todas são injectivas.
- [ ] Nenhuma é sobrejectiva.
- [ ] Todas são sobrejectivas.
- [x] Nenhuma é injectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] f é sobrejectiva e g é injectiva.
- [ ] g é bijectiva.
- [ ] f é bijectiva.
- [x] f é injectiva e g é sobrejectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [x] Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] Nenhuma das aplicações é invertível.
- [ ] Quatro das aplicações são invertíveis.
- [ ] Apenas uma das aplicações é invertível.

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

-0.5/2

[a] $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. [c] $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

[b] $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$. [d] $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

-0.5/2

[a] $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$. [c] $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.

[b] $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$. [d] $\Delta = \{\emptyset\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

[a] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$. [c] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

[b] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$. [d] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

[a] $[P(0) \land \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

[b] $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

-0.5/2

[c] $[P(0) \land \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

[d] $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.

Leonardo Chambel Soares Vieira - 42072 - MIEI
Mark: 4/16 (total score: 4/16)

+412/1/18+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2° Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0	0	■	0	0
1	1	1	1	1
2	■	2	2	■
3	3	3	3	3
■	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	■	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Leonardo Vieira

Número: 42072 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X.

-0.5/2

- ■ $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- ☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- ☐ $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- ☒ $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X:

-0.5/2

- ■ Todas são sobrejectivas.
- ☐ Todas são injectivas.
- ☐ Nenhuma é sobrejectiva.
- ☒ Nenhuma é injectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

-0.5/2

- ☒ f é injectiva e g é sobrejectiva.
- ■ f é sobrejectiva e g é injectiva.
- ☐ g é bijectiva .
- ☐ f é bijectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- ☐ Nenhuma das aplicações é invertível.
- ■ Apenas duas aplicações são invertíveis.
- ☐ Quatro das aplicações são invertíveis.
- ☐ Apenas uma das aplicações é invertível.

0/2

Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [x] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

2/2

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [ ] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [x] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.

-0.5/2

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [x] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [x] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

2/2

Questão 8 A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

- [ ] a $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] b $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] c $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [x] d $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

Questão 9
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

Questão 10
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w.