



Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014 2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0 0 0 0 0

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadradinhos respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

1 1 1 1 1

2 2 2 2 2

3 3 ■ 3 3

■ ■ 4 ■ 4

5 5 5 5 5

6 6 6 6 6

7 7 7 7 ■

8 8 8 8 8

9 9 9 9 9

Nome: ... *Jorge Canelas*

Número: ... *44347*

Curso: *MIEI*

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.

Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \rightarrow Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X .

- 0.5/2
- $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$. $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
 $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$. $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X :

- 0.5/2
- Nenhuma é sobrejectiva. Todas são sobrejectivas.
 Nenhuma é injectiva. Todas são injectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \rightarrow Y$ e $g : Y \rightarrow Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

- 2/2
- g é bijectiva . f é sobrejectiva e g é injectiva.
 f é bijectiva. f é injectiva e g é sobrejectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

- 2/2
- Apenas uma das aplicações é invertível. Quatro das aplicações são invertíveis.
 Nenhuma das aplicações é invertível. Apenas duas aplicações são invertíveis.



Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$. A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ é a aplicação definida por:

a) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

b) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

c) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

d) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

2/2

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$

2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

a) $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \dots\}$.

b) $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \dots\}$.

c) $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \dots\}$.

d) $\Delta = \{\emptyset\}$.

-0.5/2

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \rightarrow \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

0/2

a) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

b) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

c) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

d) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

2/2

Questão 8 A indução sobre \mathbb{N}_0 pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

a) $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

b) $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

c) $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

d) $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função *zeros* : $\mathbb{W} \rightarrow \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de \mathbb{W} (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w .

**DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS** 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 3 1 3 3 3 4 4 4 4 5 5 5 5 5 6 6 6 6 6 7 7 7 7 7 8 8 8 8 9 9 9 1 9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadradinhos respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: *José António Rodrigues Monteiro*

Número: *43891* Curso: *MIEC*

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.

Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \rightarrow Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X .

- 0.5/2
- $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$. $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
 $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$. $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X :

- 0.5/2
- Todas são sobrejectivas. Nenhuma é sobrejectiva.
 Nenhuma é injectiva. Todas são injectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \rightarrow Y$ e $g : Y \rightarrow Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

- 0.5/2
- f é sobrejectiva e g é injectiva. g é bijectiva .
 f é injectiva e g é sobrejectiva. f é bijectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

- 0.5/2
- Apenas uma das aplicações é invertível. Nenhuma das aplicações é invertível.
 Quatro das aplicações são invertíveis. Apenas duas aplicações são invertíveis.



Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ é a aplicação definida por:

-0.5/2 $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

$g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

$g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

$g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$

2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

-0.5/2 $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \dots\}$.

$\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \dots\}$.

$\Delta = \{\emptyset\}$.

$\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \dots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \rightarrow \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

-0.5/2 $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

$\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

$\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

$\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

Questão 8 A indução sobre \mathbb{N}_0 pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

$\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

$\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

$[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

$[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função *zeros* : $\mathbb{W} \rightarrow \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de \mathbb{W} (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w .



DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0 1 0 0 1

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadradinhos respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

1 1 1 1 1

2 2 2 2 2

3 3 3 3 3

4 4 4 4 4

5 5 5 5 5

6 6 6 6 6

7 7 7 7 7

8 8 8 8 8

9 9 9 9 9

Nome: ... José Carlos Martins Cardoso ...

Número: ... 40650 ... Curso: ... M.I.E.I. ...

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.

Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \rightarrow Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X .

- a) $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
 b) $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.

- c) $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
 d) $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X :

- a) Nenhuma é sobrejectiva.
 b) Nenhuma é injectiva.

- c) Todas são sobrejectivas.
 d) Todas são injectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \rightarrow Y$ e $g : Y \rightarrow Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

- a) f é injectiva e g é sobrejectiva.
 b) g é bijectiva .

- c) f é bijectiva.
 d) f é sobrejectiva e g é injectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

- a) Apenas uma das aplicações é invertível.
 b) Quatro das aplicações são invertíveis.

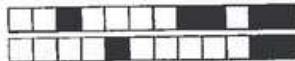
- c) Apenas duas aplicações são invertíveis.
 d) Nenhuma das aplicações é invertível.

-0.5/2

0/2

0/2

-0.5/2



Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ é a aplicação definida por:

g = $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

b) g = $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

c) g = $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

d) g = $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido induutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$

2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

a) $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \dots\}$.

b) $\Delta = \{\emptyset\}$.

c) $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \dots\}$.

d) $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \dots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \rightarrow \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

a) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

b) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

c) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

d) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

Questão 8 A indução sobre \mathbb{N}_0 pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

a) $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

b) $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

c) $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

d) $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função *zeros* : $\mathbb{W} \rightarrow \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de \mathbb{W} (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w .



+95/1/52+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014

2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0 0 0 0
1 1 1 1 1
2 2 2 2 2
3 3 3 3 3
4 4 4 4 4
5 5 5 5 5
6 6 6 6 6
7 7 7 7 7
8 8 8 8 8
9 9 9 9 9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadradinhos respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: José Carlos Torres Rafael
.....
.....
Número: 42085 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \rightarrow Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X .

- 2/2
- A $\cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$. f(A $\cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
 A $\cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$. f(A) $\cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X :

- 2/2
- Nenhuma é injectiva. Nenhuma é sobrejectiva.
 Todas são injectivas. Todas são sobrejectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \rightarrow Y$ e $g : Y \rightarrow Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

- 0.5/2
- f é bijectiva. f é sobrejectiva e g é injectiva.
 f é injectiva e g é sobrejectiva. g é bijectiva .

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

- 2/2
- Apenas uma das aplicações é invertível. Quatro das aplicações são invertíveis.
 Nenhuma das aplicações é invertível. Apenas duas aplicações são invertíveis.



Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ é a aplicação definida por:

$g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

$g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

$g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

$g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido induutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$

2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

$\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \dots\}$. $\Delta = \{\emptyset\}$.

$\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \dots\}$. $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \dots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \rightarrow \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

$\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

$\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

$\oplus(A, \{B\}) = A$.

$\oplus(A, \{B\}) = \emptyset$.

Questão 8 A indução sobre \mathbb{N}_0 pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

$\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

$[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

$\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

$[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função $\text{zeros} : \mathbb{W} \rightarrow \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de \mathbb{W} (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w .

**DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS** 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 2 2 2 2 3 3 3 3 3 4 4 4 4 5 5 5 5 5 6 6 6 6 6 7 7 7 7 8 8 8 8 9 9 9 9 9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadradinhos respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: ... José Diogo Pires das Graças ...

Número: ... 42877 ... Curso: ... MIEI ...

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.

Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \rightarrow Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X .

- 0.5/2
- A $\cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
 f($A \cap B$) $\subseteq f(A) \cap f(B)$.

- A $\cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
 f(A) $\cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X :

- 0/2
- Nenhuma é injetiva.
 Todas são sobrejectivas.

- Nenhuma é sobrejectiva.
 Todas são injetivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \rightarrow Y$ e $g : Y \rightarrow Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

- 2/2
- f é bijectiva .
 f é injetiva e g é sobrejectiva.

- f é bijectiva.
 f é sobrejectiva e g é injetiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

- 2/2
- Nenhuma das aplicações é invertível.
 Apenas duas aplicações são invertíveis.

- Quatro das aplicações são invertíveis.
 Apenas uma das aplicações é invertível.



Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ é a aplicação definida por:

$g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

$g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

$g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

$g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

2/2

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$

2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

$\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \dots\}$. $\Delta = \{\emptyset\}$.

$\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \dots\}$. $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \dots\}$.

2/2

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \rightarrow \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

$\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

$\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

$\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

$\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

-0.5/2

Questão 8 A indução sobre \mathbb{N}_0 pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

$[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

$\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

$\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

$[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \rightarrow \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de \mathbb{W} (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w .



DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0 0 0 0 0

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadradinhos respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

1 1 1 1 1

2 2 2 2 2

3 3 3 3 3

4 4 4 4

5 5 5 5

6 6 6 6 6

7 7 7 7 7

8 8 8 8 8

9 9 9 9 9

Nome: José Maria Pantoja Mata Vale
e Azevedo

Número: 42545

Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.

Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \rightarrow Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X .

0/2

- a) $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$. c) $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
 b) $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$. d) $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X :

-0.5/2

- a) Nenhuma é injectiva. c) Todas são sobrejectivas.
 b) Nenhuma é sobrejectiva. d) Todas são injectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \rightarrow Y$ e $g : Y \rightarrow Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

2/2

- a) f é sobrejectiva e g é injectiva. c) f é bijectiva.
 b) g é bijectiva . d) f é injectiva e g é sobrejectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- a) Nenhuma das aplicações é invertível. c) Quatro das aplicações são invertíveis.
 b) Apenas duas aplicações são invertíveis. d) Apenas uma das aplicações é invertível.



Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ é a aplicação definida por:

a) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

b) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

c) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

d) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

2/2

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido induutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$

2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

a) $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \dots\}$. b) $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \dots\}$.

c) $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \dots\}$. d) $\Delta = \{\emptyset\}$.

2/2

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \rightarrow \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

a) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

b) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

c) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

d) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

2/2

Questão 8 A indução sobre \mathbb{N}_0 pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

a) $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

b) $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

c) $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

d) $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

2/2

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função $\text{zeros} : \mathbb{W} \rightarrow \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de \mathbb{W} (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w .



DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 3 3 3 3 3 4 4 4 4 4 5 5 5 5 5 6 6 6 6 6 7 7 7 7 7 8 8 8 8 8 9 9 9 9 9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadradinhos respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: José Miguel Neto Cotrim de Leão Cardoso

Número: 43325..... Curso: MIEI.....

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \rightarrow Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X .

- 0.5/2
- $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
 - $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
 - $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
 - $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X :

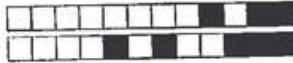
- 2/2
- Nenhuma é injectiva.
 - Todas são injectivas.
 - Nenhuma é sobrejectiva.
 - Todas são sobrejectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \rightarrow Y$ e $g : Y \rightarrow Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

- 2/2
- f é sobrejectiva e g é injectiva.
 - f é bijectiva.
 - f é injectiva e g é sobrejectiva.
 - g é bijectiva .

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

- Apenas uma das aplicações é invertível.
- Quatro das aplicações são invertíveis.
- Apenas duas aplicações são invertíveis.
- Nenhuma das aplicações é invertível.



Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ é a aplicação definida por:

$g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

$g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

$g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

$g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

2/2

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido induutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$

2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

a) $\Delta = \{\emptyset\}$.

b) $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \dots\}$.

c) $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \dots\}$.

d) $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \dots\}$.

2/2

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \rightarrow \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

a) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

b) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

c) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

d) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

2/2

Questão 8 A indução sobre \mathbb{N}_0 pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

a) $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

b) $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

c) $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

d) $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

2/2

Questão 9

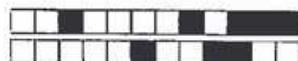
Seja $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função *zeros* : $\mathbb{W} \rightarrow \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de \mathbb{W} (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w .



Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014

2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0 0 0 0 0

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

1 1 1 1 1

2 2 2 2 2

3 3 3 3

4 4 4 4

5 5 5 5 5

6 6 6 6 6

7 7 7 7 7

8 8 8 8 8

9 9 9 9 9

Nome: José Pedro Serra Afonso.....

Número: 43304.....

Curso: MIEI.....

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.

Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \rightarrow Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X .

A $\cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.

f(A) $\cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

A $\cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.

f(A $\cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X :

Nenhuma é injetiva.

Todas são sobrejectivas.

Todas são injetivas.

Nenhuma é sobrejectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \rightarrow Y$ e $g : Y \rightarrow Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

f é bijectiva .

f é sobrejectiva e g é injetiva.

f é injetiva e g é sobrejectiva.

f é bijectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

Nenhuma das aplicações é invertível.

Apenas duas aplicações são invertíveis.

Apenas uma das aplicações é invertível.

Quatro das aplicações são invertíveis.

-0.5/2

0/2

-0.5/2



Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ é a aplicação definida por:

$g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

$g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

$g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

$g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

-0.5/2

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$

2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

$\Delta = \{\emptyset\}$.

$\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \dots\}$.

$\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \dots\}$.

$\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \dots\}$.

-0.5/2

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \rightarrow \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

$\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

$\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

$\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

$\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

2/2

Questão 8 A indução sobre \mathbb{N}_0 pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

$\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

$\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

$[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

$[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

-0.5/2

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função $\text{zeros} : \mathbb{W} \rightarrow \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de \mathbb{W} (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w .

**DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS**

0 0 0 0 0

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadradinhos respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

1 1 1 1 1

2 2 2 2 2

3 3 3 3 3

4 4 4 4 4

5 5 5 5 5

6 6 6 6 6

7 7 7 7 7

8 8 8 8 8

9 9 9 9 9

Nome: ... José Rafael Guerra

... Monteiro

Número: ... 43211

Curso: ... MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.

Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \rightarrow Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X .

- 0/2
- $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$. $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
 $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$. $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X :

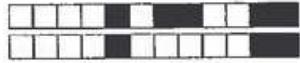
- 0.5/2
- Nenhuma é sobrejectiva. Todas são sobrejectivas.
 Todas são injectivas. Nenhuma é injectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \rightarrow Y$ e $g : Y \rightarrow Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

- 2/2
- f é injectiva e g é sobrejectiva. f é bijectiva.
 g é bijectiva . f é sobrejectiva e g é injectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

- 2/2
- Apenas uma das aplicações é invertível. Quatro das aplicações são invertíveis.
 Apenas duas aplicações são invertíveis. Nenhuma das aplicações é invertível.



Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ é a aplicação definida por:

a) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

b) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

c) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

d) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

2/2

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$

2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

a) $\Delta = \{\emptyset\}$.

b) $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \dots\}$.

c) $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \dots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \rightarrow \Delta$ definida pelas equações: $\ominus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

a) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

b) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

c) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

d) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

-0.5/2

Questão 8 A indução sobre \mathbb{N}_0 pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

a) $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

b) $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

c) $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

d) $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

2/2

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função *zeros* : $\mathbb{W} \rightarrow \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de \mathbb{W} (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w .

**DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS** 0 0 0 0

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadradinhos respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 3 3 3 3 4 4 4 5 5 5 5 5 6 6 6 6 6 7 7 7 7 7 8 8 8 8 8 9 9 9 9 9

Nome: ... João André Lucas da Silva Gonçalves

Número: ... 44036

Curso: ... MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.

Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \rightarrow Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X .

- 2/2
- a) $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$. b) $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$. c) $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
 d) $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X :

- 0.5/2
- a) Todas são sobrejectivas. b) Nenhuma é sobrejectiva.
 c) Nenhuma é injectiva. d) Todas são injectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \rightarrow Y$ e $g : Y \rightarrow Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

- 0.5/2
- a) f é bijectiva. b) g é bijectiva .
 c) f é sobrejectiva e g é injectiva. d) f é injectiva e g é sobrejectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

- 0.5/2
- a) Apenas uma das aplicações é invertível. b) Quatro das aplicações são invertíveis.
 c) Nenhuma das aplicações é invertível. d) Apenas duas aplicações são invertíveis.



Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ é a aplicação definida por:

a) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

b) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

c) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

d) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

2/2

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido induutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$

2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

a) $\Delta = \{\emptyset\}$.

b) $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \dots\}$.

c) $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \dots\}$.

d) $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \dots\}$.

2/2

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \rightarrow \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

a) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

b) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

c) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

d) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

2/2

Questão 8 A indução sobre \mathbb{N}_0 pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

a) $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

b) $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

c) $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

d) $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

2/2

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função *zeros* : $\mathbb{W} \rightarrow \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de \mathbb{W} (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w .



DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

 0 0 0 0 0

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadradinhos respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 3 3 3 3 3 4 4 4 4 4 5 5 5 5 5 6 6 6 6 6 7 7 7 7 8 8 8 8 8 9 9 9 9 9Nome: *João Bernardo da Cunha Cabrita*Número: *43.788* Curso: *MIEI*

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.

Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \rightarrow Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X .

- 2/2
- a) $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$. c) $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
 b) $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$. d) $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X :

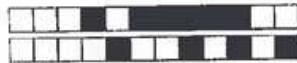
- 0.5/2
- a) Todas são sobrejectivas. c) Todas são injectivas.
 b) Nenhuma é injectiva. d) Nenhuma é sobrejectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \rightarrow Y$ e $g : Y \rightarrow Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

- 2/2
- a) f é bijectiva. c) f é sobrejectiva e g é injectiva.
 b) g é bijectiva . d) f é injectiva e g é sobrejectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

- 2/2
- a) Apenas duas aplicações são invertíveis. c) Nenhuma das aplicações é invertível.
 b) Quatro das aplicações são invertíveis. d) Apenas uma das aplicações é invertível.



Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ é a aplicação definida por:

g = $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

g = $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

g = $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

g = $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

2/2

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido induutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$

2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

a) $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \dots\}$. c) $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \dots\}$.

b) $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \dots\}$. d) $\Delta = \{\emptyset\}$.

2/2

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \rightarrow \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

a) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

b) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

c) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

d) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

2/2

Questão 8 A indução sobre \mathbb{N}_0 pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

a) $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n + 1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

b) $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n + 1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

c) $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n + 1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

d) $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n + 1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

2/2

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n + 1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função *zeros* : $\mathbb{W} \rightarrow \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de \mathbb{W} (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w .

Departamento de Matemática
Matemática DiscretaFaculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014

2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 3 3 3 3 3 4 4 4 4 5 5 5 5 5 6 6 6 6 6 7 7 7 7 7 8 8 8 8 8 9 9 9 9 9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: João Carlos Cristo ReisNúmero: 43914 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.

Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \rightarrow Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X .

- 0/2
- a) $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$. c) $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- b) $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$. d) $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X :

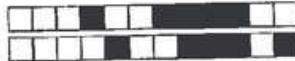
- 0.5/2
- a) Nenhuma é injectiva. c) Todas são injectivas.
- b) Nenhuma é sobrejectiva. d) Todas são sobrejectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \rightarrow Y$ e $g : Y \rightarrow Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

- 2/2
- a) f é injectiva e g é sobrejectiva. c) f é bijectiva.
- b) g é bijectiva . d) f é sobrejectiva e g é injectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

- 2/2
- a) Quatro das aplicações são invertíveis. c) Nenhuma das aplicações é invertível.
- b) Apenas uma das aplicações é invertível. d) Apenas duas aplicações são invertíveis.



Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ é a aplicação definida por:

$g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

$g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

$g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

$g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

2/2

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido induutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$

2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

a) $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \dots\}$. c) $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \dots\}$.

b) $\Delta = \{\emptyset\}$. d) $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \dots\}$.

2/2

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \rightarrow \Delta$ definida pelas equações: $\ominus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

a) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

b) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

c) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

d) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

2/2

Questão 8 A indução sobre \mathbb{N}_0 pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

a) $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

b) $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

c) $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

d) $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

2/2

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função $\text{zeros} : \mathbb{W} \rightarrow \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de \mathbb{W} (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w .

**DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS**

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadradinhos respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

- | | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Nome: João Carlos Ferra de Almeida

Número: 42490 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.

Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \rightarrow Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X .

- 0.5/2
- a) $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
 - b) $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
 - c) $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
 - d) $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X :

- 0.5/2
- a) Nenhuma é injectiva.
 - b) Todas são sobrejectivas.
 - c) Nenhuma é sobrejectiva.
 - d) Todas são injectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \rightarrow Y$ e $g : Y \rightarrow Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

- 0.5/2
- a) f é bijectiva.
 - b) g é bijectiva .
 - c) f é injectiva e g é sobrejectiva.
 - d) f é sobrejectiva e g é injectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

- 2/2
- a) Nenhuma das aplicações é invertível.
 - b) Apenas duas aplicações são invertíveis.
 - c) Apenas uma das aplicações é invertível.
 - d) Quatro das aplicações são invertíveis.



Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ é a aplicação definida por:

$g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

$g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

$g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

$g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

2/2

-0.5/2

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$

2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

$\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \dots\}$. $\Delta = \{\emptyset\}$.

$\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \dots\}$.

$\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \dots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \rightarrow \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

$\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

$\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

$\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

$\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

2/2

Questão 8 A indução sobre \mathbb{N}_0 pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

$\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

$[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

$[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

$\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função $\text{zeros} : \mathbb{W} \rightarrow \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de \mathbb{W} (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w .



DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0 0 0 0 0

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadradinhos respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

1 1 1 1

2 2 2 2

3 3 3 3 3

4 4 4 4

5 5 5 5 5

6 6 6 6

7 7 7 7 7

8 8 8 8 8

9 9 9 9 9

Nome: ... João Concruta Costa e Moura

Número: ... 41620 Curso: ... MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.

Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \rightarrow Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X .

- 0/2
- $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
 - $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
 - $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
 - $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1, das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X :

- 0.5/2
- Nenhuma é injetiva.
 - Todas são injetivas.
 - Todas são sobrejectivas.
 - Nenhuma é sobrejectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \rightarrow Y$ e $g : Y \rightarrow Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

- 0.5/2
- g é bijectiva.
 - f é bijectiva.
 - f é sobrejectiva e g é injetiva.
 - f é injetiva e g é sobrejectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

- 0/2
- Quatro das aplicações são invertíveis.
 - Apenas duas aplicações são invertíveis.
 - Nenhuma das aplicações é invertível.
 - Apenas uma das aplicações é invertível.



Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ é a aplicação definida por:

a) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

b) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

c) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

d) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

0/2

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido induutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$

2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

a) $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \dots\}$. b) $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \dots\}$.

c) $\Delta = \{\emptyset\}$.

d) $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \dots\}$.

2/2

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \rightarrow \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

a) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

b) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

c) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

d) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

2/2

Questão 8 A indução sobre \mathbb{N}_0 pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

a) $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

b) $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

c) $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

d) $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

2/2

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função *zeros* : $\mathbb{W} \rightarrow \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de \mathbb{W} (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w .

**DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS** 0 0 0 0 0

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadradinhos respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 3 3 3 3 3 4 4 4 4 4 5 5 5 5 5 6 6 6 6 6 7 7 7 7 7 8 8 8 8 8 9 9 9 9 9

Nome: ... João Filipe Sampaio Freire ...

Número: ... 42932 ... Curso: ... M.I.E.I.

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.

Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \rightarrow Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X .

- 0.5/2
- a) $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$. b) $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
 c) $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$. d) $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X :

- 0/2
- a) Todas são sobrejectivas. c) Todas são injectivas.
 b) Nenhuma é injectiva. d) Nenhuma é sobrejectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \rightarrow Y$ e $g : Y \rightarrow Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

- 2/2
- a) f é bijectiva. c) g é bijectiva .
 b) f é injectiva e g é sobrejectiva. d) f é sobrejectiva e g é injectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

- 2/2
- a) Apenas duas aplicações são invertíveis.
 b) Nenhuma das aplicações é invertível. c) Apenas uma das aplicações é invertível.
 d) Quatro das aplicações são invertíveis.



Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ é a aplicação definida por:

a) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

b) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

c) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

d) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$

2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

a) $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \dots\}$. b) $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \dots\}$.

c) $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \dots\}$. d) $\Delta = \{\emptyset\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \rightarrow \Delta$ definida pelas equações: $\ominus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

a) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

b) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

c) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

d) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

Questão 8 A indução sobre \mathbb{N}_0 pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

a) $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

b) $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

c) $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

d) $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função *zeros* : $\mathbb{W} \rightarrow \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de \mathbb{W} (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w .

**DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS** 0 0 0 0 0 1 1 1 1 2 2 2 2 2 3 3 3 3 3 4 4 4 4 5 5 5 5 5 6 6 6 6 6 7 7 7 7 7 8 8 8 8 8 9 9 9 9 9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadradinhos respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: *João Trindade*

Número: *41413* Curso: *MIEI*

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.

Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \rightarrow Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X .

0/2

- a) $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$. b) $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
 c) $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$. d) $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

-0.5/2

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X :

- a) Todas são injectivas. b) Nenhuma é injectiva.
 c) Todas são sobrejectivas. d) Nenhuma é sobrejectiva.

-0.5/2

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \rightarrow Y$ e $g : Y \rightarrow Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

- a) f é injectiva e g é sobrejectiva. b) g é bijectiva .
 c) f é bijectiva. d) f é sobrejectiva e g é injectiva.

-0.5/2

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

- a) Quatro das aplicações são invertíveis. b) Nenhuma das aplicações é invertível.
 c) Apenas duas aplicações são invertíveis. d) Apenas uma das aplicações é invertível.



Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$. A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ é a aplicação definida por:

a) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

b) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

c) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

d) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

0/2

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$

2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

a) $\Delta = \{\emptyset\}$.

b) $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \dots\}$.

c) $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \dots\}$.

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \rightarrow \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

a) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

b) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

c) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

d) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

2/2

Questão 8 A indução sobre \mathbb{N}_0 pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

a) $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

b) $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

c) $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

d) $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

-0.5/2

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função *zeros* : $\mathbb{W} \rightarrow \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de \mathbb{W} (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w .



DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0 0 0 0 0

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadradinhos respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

1 1 1 1 1

2 2 2 2 2

3 3 3 3 3

4 4 4 4

5 5 5 5 5

6 6 6 6 6

7 7 7 7 7

8 8 8 8 8

9 9 9 9 9

Nome: ...*João Gil Pereira*...

Número: ...*44064*... Curso: ...*MIEI*...

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.

Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \rightarrow Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X .

- 0.5/2
- $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$. $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
 $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$. $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X :

- 0.5/2
- Todas são injectivas. Todas são sobrejectivas.
 Nenhuma é sobrejectiva. Nenhuma é injectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \rightarrow Y$ e $g : Y \rightarrow Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

- 2/2
- f é sobrejectiva e g é injectiva. f é injectiva e g é sobrejectiva.
 f é bijectiva. g é bijectiva .

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

- 2/2
- Nenhuma das aplicações é invertível. Apenas duas aplicações são invertíveis.
 Quatro das aplicações são invertíveis. Apenas uma das aplicações é invertível.



Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ é a aplicação definida por:

a) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

b) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

c) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

d) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

2/2

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$

2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

a) $\Delta = \{\emptyset\}$.

b) $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \dots\}$.

c) $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\{\{\emptyset\}\}\}, \dots\}$.

d) $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \dots\}$.

-0.5/2

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \rightarrow \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

a) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

b) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

c) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

d) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

-0.5/2

Questão 8 A indução sobre \mathbb{N}_0 pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

a) $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

b) $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

c) $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

d) $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

-0.5/2

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \rightarrow \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de \mathbb{W} (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w .

**DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS**

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	<input checked="" type="checkbox"/>	2	2	2
3	3	3	3	3
<input checked="" type="checkbox"/>	4	4	<input checked="" type="checkbox"/>	4
5	5	<input checked="" type="checkbox"/>	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	<input checked="" type="checkbox"/>

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: ... *João Gonçalo Póvoa Tavares* ...
Oliveira ...

Número: ... *42549* ... Curso: ... *MIEI* ...

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
 Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \rightarrow Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X .

- $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$. $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
 $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$. $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X :

- Nenhuma é injectiva. Nenhuma é sobrejectiva.
 Todas são injectivas. Todas são sobrejectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \rightarrow Y$ e $g : Y \rightarrow Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

- g é bijectiva . f é injectiva e g é sobrejectiva.
 f é bijectiva. f é sobrejectiva e g é injectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

- Apenas duas aplicações são invertíveis. Quatro das aplicações são invertíveis.
 Nenhuma das aplicações é invertível. Apenas uma das aplicações é invertível.

0/2

-0.5/2

2/2

0/2



Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ é a aplicação definida por:

a) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

b) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

c) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

d) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

0/2

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido induutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$

2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

a) $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \dots\}$.

c) $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \dots\}$.

b) $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \dots\}$.

d) $\Delta = \{\emptyset\}$.

2/2

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \rightarrow \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

a) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

c) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

b) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

d) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

2/2

Questão 8 A indução sobre \mathbb{N}_0 pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

a) $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

b) $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

c) $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

d) $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

2/2

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função $\text{zeros} : \mathbb{W} \rightarrow \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de \mathbb{W} (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w .

**DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS****0 0 0 0 0**

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadradinhos respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

1 1 1 1 1**2 ■ 2 ■ 2****3 3 3 3 3****4 ■ 4 4 4 4****5 5 5 5 5****6 6 6 6 6****7 7 7 7 ■****8 8 8 8 8****9 9 ■ 9 9**

Nome: João Ivan Martins Aguiar Rodrigues

...Silva

Número: 42927

Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.

Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \rightarrow Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X .

- 0.5/2
- $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
 - $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
 - $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
 - $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X :

- 0.5/2
- Nenhuma é sobrejectiva.
 - Todas são injectivas.
 - Nenhuma é injectiva.
 - Todas são sobrejectivas.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \rightarrow Y$ e $g : Y \rightarrow Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

- 2/2
- f é bijectiva.
 - f é injectiva e g é sobrejectiva.
 - f é sobrejectiva e g é injectiva.
 - g é bijectiva .

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

- 0.5/2
- Nenhuma das aplicações é invertível.
 - Quatro das aplicações são invertíveis.
 - Apenas duas aplicações são invertíveis.
 - Apenas uma das aplicações é invertível.



Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ é a aplicação definida por:

a) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

b) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

c) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

d) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

2/2

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$

2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

a) $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \dots\}$. b) $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \dots\}$.

c) $\Delta = \{\emptyset\}$.

d) $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \dots\}$.

0/2

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \rightarrow \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

a) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

b) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

c) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

d) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

0/2

Questão 8 A indução sobre \mathbb{N}_0 pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

a) $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

b) $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

c) $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

d) $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

2/2

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função *zeros* : $\mathbb{W} \rightarrow \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de \mathbb{W} (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w .



DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0 0 0 0 0

1 1 1 1 1

2 2 2 2 2

3 3 3 3 3

4 4 4 4 4

5 5 5 5 5

6 6 6 6 6

7 7 7 7 7

8 8 8 8 8

9 9 9 9 9

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadradinhos respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: ... João Luís Carreiras Ribeiro Parracha ...

Número: 43688 Curso: M.I.E.C.

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.

Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

Questão 1 Qualquer que seja a aplicação $f : X \rightarrow Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos A e B de X .

- 0.5/2
- A $\cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
 B $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

- C $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
 D $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.

Questão 2 Qualquer que seja o conjunto finito X de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em X :

- 2/2
- a Toda é sobrejectiva.
 b Nenhuma é sobrejectiva.

- c Todas são injectivas.
 d Nenhuma é injectiva.

Questão 3 Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \rightarrow Y$ e $g : Y \rightarrow Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

- 2/2
- a f é sobrejectiva e g é injectiva.
 b f é injectiva e g é sobrejectiva.

- c g é bijectiva .
 d f é bijectiva.

Questão 4 Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

- 2/2
- a Nenhuma das aplicações é invertível.
 b Apenas duas aplicações são invertíveis.

- c Quatro das aplicações são invertíveis.
 d Apenas uma das aplicações é invertível.



Questão 5 Considere a aplicação $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ é a aplicação definida por:

a) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

b) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

c) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

d) $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

2/2

Questão 6 Considere o conjunto Δ definido induutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$

2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

a) $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \dots\}$.

b) $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \dots\}$.

c) $\Delta = \{\emptyset\}$.

d) $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \dots\}$.

2/2

Questão 7 Sendo Δ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \rightarrow \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

a) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

b) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

c) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

d) $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

-0.5/2

Questão 8 A indução sobre \mathbb{N}_0 pode ser formulada como se segue (onde P é uma propriedade):

a) $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

b) $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

c) $\forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

d) $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 P(n)$.

2/2

Questão 9

Seja $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 f(n) = 2n + 1$.

Questão 10

Escreva equações que definam recursivamente a função *zeros* : $\mathbb{W} \rightarrow \mathbb{N}_0$ que a cada elemento w de \mathbb{W} (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em w .