Alexandre Gil Guerreiro de Campos - 43780 - MIEI
Mark: 9/16 (total score: 9/16)

+381/1/20+

**Departamento de Matemática** | **Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL**

**Matemática Discreta** | **07/05/2014** | **2º Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | ■ |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | ■ | 3 | 3 | 3 |
| ■ | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | ■ | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | ■ | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Alexandre Gil Guerreiro de Campos

Número: 43780 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

---

**Questão 1** Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos $A$ e $B$ de $X$.

-0.5/2

- ■ $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- ☐ $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- ☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- ☒ $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.

**Questão 2** Qualquer que seja o conjunto finito $X$ de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em $X$:

0/2

- ☐ Todas são sobrejectivas.
- ☐ Nenhuma é sobrejectiva.
- ☒ Nenhuma é injectiva.
- ☐ Todas são injectivas.

**Questão 3** Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

2/2

- ☐ $f$ é sobrejectiva e $g$ é injectiva.
- ☐ $g$ é bijectiva .
- ■ $f$ é injectiva e $g$ é sobrejectiva.
- ☐ $f$ é bijectiva.

**Questão 4** Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- ☐ Quatro das aplicações são invertíveis.
- ■ Apenas duas aplicações são invertíveis.
- ☐ Apenas uma das aplicações é invertível.
- ☐ Nenhuma das aplicações é invertível.

**Questão 5** Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$. A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [x] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

**Questão 6** Considere o conjunto $\Delta$ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [x] a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] b $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.

**Questão 7** Sendo $\Delta$ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

-0.5/2

- [x] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [x] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [ ] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

**Questão 8** A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde $P$ é uma propriedade):

2/2

- [ ] a $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] b $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [x] c $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] d $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

**Questão 9**

Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

**Questão 10**

Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbf{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento $w$ de $\mathbf{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em $w$.

Alexandre Miguel Lopes Ferrão - 39699 - MIEC
Mark: -1/16 (total score: -1/16)

+552/1/38+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Alexandre Miguel Lopes Ferrão

Número: 39699 Curso: MIEC

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

---

**Questão 1** Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos $A$ e $B$ de $X$.

0/2

- [ ] a $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [ ] c $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [x] b $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] d $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

**Questão 2** Qualquer que seja o conjunto finito $X$ de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em $X$:

-0.5/2

- [ ] a Nenhuma é sobrejectiva.
- [x] c Nenhuma é injectiva.
- [ ] b Todas são sobrejectivas.
- [x] d Todas são injectivas.

**Questão 3** Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

-0.5/2

- [ ] a $g$ é bijectiva .
- [x] c $f$ é injectiva e $g$ é sobrejectiva.
- [x] b $f$ é bijectiva.
- [ ] d $f$ é sobrejectiva e $g$ é injectiva.

**Questão 4** Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

-0.5/2

- [x] a Apenas uma das aplicações é invertível.
- [x] c Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] b Nenhuma das aplicações é invertível.
- [ ] d Quatro das aplicações são invertíveis.

**Questão 5** Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

-0.5/2

- ☐ a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- ☐ c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- ■ b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- ☒ d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

**Questão 6** Considere o conjunto $\Delta$ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

-0.5/2

- ☐ a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- ☒ c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- ■ b $\Delta = \{\emptyset\}$.
- ☐ d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.

**Questão 7** Sendo $\Delta$ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- ☐ a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- ☐ c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- ■ b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- ☐ d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

**Questão 8** A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde $P$ é uma propriedade):

-0.5/2

- ■ a $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ☒ b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ☐ c $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ☐ d $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

**Questão 9**
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\; f(n) = 2n + 1$.

**Questão 10**
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbf{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento $w$ de $\mathbf{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em $w$.

Alice Beatriz Evangelista Belo - 43220 - MIEI
Mark: 16/16 (total score: 16/16)

+180/1/2+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014 2º Teste

**DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | ■ |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | ■ | ■ | 2 |
| 3 | ■ | 3 | 3 | 3 |
| ■ | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Alice Beatriz Evangelista Belo

Número: 43220 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

---

**Questão 1** Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos $A$ e $B$ de $X$.

2/2

- [ ] a $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [x] b $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] c $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [ ] d $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.

**Questão 2** Qualquer que seja o conjunto finito $X$ de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em $X$:

2/2

- [ ] a Todas são sobrejectivas.
- [x] b Nenhuma é injectiva.
- [ ] c Todas são injectivas.
- [ ] d Nenhuma é sobrejectiva.

**Questão 3** Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] a $g$ é bijectiva .
- [ ] b $f$ é bijectiva.
- [ ] c $f$ é sobrejectiva e $g$ é injectiva.
- [x] d $f$ é injectiva e $g$ é sobrejectiva.

**Questão 4** Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] a Quatro das aplicações são invertíveis.
- [x] b Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] c Nenhuma das aplicações é invertível.
- [ ] d Apenas uma das aplicações é invertível.

**Questão 5** Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [x] $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

**Questão 6** Considere o conjunto $\Delta$ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [x] $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.

**Questão 7** Sendo $\Delta$ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- [x] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

**Questão 8** A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde $P$ é uma propriedade):

2/2

- [ ] a $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [x] $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] c $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] d $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

**Questão 9**
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

**Questão 10**
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento $w$ de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em $w$.

Ana Júlia Cabral Duarte - 42980 - MIEF
Mark: 11/16 (total score: 11/16)

+387/1/8+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Ana Júlia Cabral Duarte

Número: 42980 Curso: MIEF

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

---

**Questão 1** Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos $A$ e $B$ de $X$.

2/2

- [ ] $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [x] $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.

**Questão 2** Qualquer que seja o conjunto finito $X$ de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em $X$:

2/2

- [ ] Todas são sobrejectivas.
- [ ] Nenhuma é sobrejectiva.
- [x] Nenhuma é injectiva.
- [ ] Todas são injectivas.

**Questão 3** Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] $f$ é sobrejectiva e $g$ é injectiva.
- [x] $f$ é injectiva e $g$ é sobrejectiva.
- [ ] $f$ é bijectiva.
- [ ] $g$ é bijectiva .

**Questão 4** Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [x] Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] Apenas uma das aplicações é invertível.
- [ ] Quatro das aplicações são invertíveis.
- [ ] Nenhuma das aplicações é invertível.

**Questão 5** Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [x] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

**Questão 6** Considere o conjunto $\Delta$ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

-0.5/2

- [x] a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [ ] b $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [x] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.

**Questão 7** Sendo $\Delta$ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

-0.5/2

- [x] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [ ] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [x] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

**Questão 8** A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde $P$ é uma propriedade):

2/2

- [ ] a $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] b $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [x] c $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] d $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

**Questão 9**

Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\; f(n) = 2n + 1$.

**Questão 10**

Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento $w$ de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em $w$.

Ana Patrícia Nunes Fernandes - 42883 - MIEI
Mark: 11/16 (total score: 11/16)

+27/1/8+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

0 0 0 0 0
1 1 1 1 1
2 2 2 2 2
3 3 3 3 3
4 4 4 4 4
5 5 5 5 5
6 6 6 6 6
7 7 7 7 7
8 8 8 8 8
9 9 9 9 9

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Ana Patrícia Nunes Fernandes

Número: 42883 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

---

**Questão 1** Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos $A$ e $B$ de $X$.

2/2

- [ ] $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [x] $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.

**Questão 2** Qualquer que seja o conjunto finito $X$ de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em $X$:

-0.5/2

- [ ] Todas são injectivas.
- [ ] Nenhuma é sobrejectiva.
- [x] Todas são sobrejectivas.
- [ ] Nenhuma é injectiva.

**Questão 3** Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] $f$ é sobrejectiva e $g$ é injectiva.
- [ ] $f$ é bijectiva.
- [x] $f$ é injectiva e $g$ é sobrejectiva.
- [ ] $g$ é bijectiva .

**Questão 4** Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] Apenas uma das aplicações é invertível.
- [x] Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] Nenhuma das aplicações é invertível.
- [ ] Quatro das aplicações são invertíveis.

2/2

**Questão 5** Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

- [x] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

-0.5/2

**Questão 6** Considere o conjunto $\Delta$ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [x] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset\}$.

2/2

**Questão 7** Sendo $\Delta$ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [ ] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [x] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

2/2

**Questão 8** A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde $P$ é uma propriedade):

- [ ] a $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [x] c $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] d $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

$f(\emptyset) = 1$
$f(1) = 2$
$f(0) = 2$
$f(m) = f(0) + 1$

**Questão 9**
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

**Questão 10**
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento $w$ de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em $w$.

Ana Raquel Lopes Simão - 42978 - MIEI
Mark: 13.5/16 (total score: 13.5/16)

+96/1/50+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | ■ | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| ■ | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | ■ | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | ■ |
| 9 | 9 | ■ | 9 | 9 |

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: ...Ana Raquel Lopes Simão.........

Número: ..42978......... Curso: ...MIEI...........

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

---

**Questão 1** Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos $A$ e $B$ de $X$.

2/2

- [ ] a $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [ ] b $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [ ] c $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [x] d $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.

**Questão 2** Qualquer que seja o conjunto finito $X$ de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em $X$:

2/2

- [x] a Nenhuma é injectiva.
- [ ] b Todas são sobrejectivas.
- [ ] c Todas são injectivas.
- [ ] d Nenhuma é sobrejectiva.

**Questão 3** Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] a $g$ é bijectiva .
- [ ] b $f$ é bijectiva.
- [ ] c $f$ é sobrejectiva e $g$ é injectiva.
- [x] d $f$ é injectiva e $g$ é sobrejectiva.

**Questão 4** Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] a Quatro das aplicações são invertíveis.
- [x] b Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] c Nenhuma das aplicações é invertível.
- [ ] d Apenas uma das aplicações é invertível.

2/2

**Questão 5** Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

- ☒ $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- ☐ c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- ☐ b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- ☐ d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

2/2

**Questão 6** Considere o conjunto $\Delta$ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

- ☐ a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- ☒ $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- ☐ b $\Delta = \{\emptyset\}$.
- ☐ d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.

2/2

**Questão 7** Sendo $\Delta$ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

- ☐ a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- ☐ c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- ☒ $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- ☐ d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

-0.5/2

**Questão 8** A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde $P$ é uma propriedade):

- ☐ a $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ☒ $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ☐ c $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ■ $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

**Questão 9**

Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

**Questão 10**

Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento $w$ de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em $w$.

Ana Raquel Ribeiro Henriques - 42624 - MIEI
Mark: 11.5/16 (total score: 11.5/16)

+81/1/20+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Ana Raquel Ribeiro Henriques

Número: 42624 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

---

**Questão 1** Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos $A$ e $B$ de $X$.

0/2

- [ ] a $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [ ] b $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [x] c $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] d $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

**Questão 2** Qualquer que seja o conjunto finito $X$ de cardinalidade superior a 1, das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em $X$:

2/2

- [ ] a Nenhuma é sobrejectiva.
- [ ] b Todas são sobrejectivas.
- [x] c Nenhuma é injectiva.
- [ ] d Todas são injectivas.

**Questão 3** Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] a $f$ é sobrejectiva e $g$ é injectiva.
- [x] b $f$ é injectiva e $g$ é sobrejectiva.
- [ ] c $f$ é bijectiva.
- [ ] d $g$ é bijectiva .

**Questão 4** Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] a Nenhuma das aplicações é invertível.
- [x] b Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] c Apenas uma das aplicações é invertível.
- [ ] d Quatro das aplicações são invertíveis.

**Questão 5** Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [x] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

**Questão 6** Considere o conjunto $\Delta$ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [ ] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [x] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.

**Questão 7** Sendo $\Delta$ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

-0.5/2

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [ ] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [x] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

**Questão 8** A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde $P$ é uma propriedade):

2/2

- [ ] a $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [ ] b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [ ] c $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [x] d $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.

**Questão 9**
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, f(n) = 2n + 1$.

**Questão 10**
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento $w$ de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em $w$.

Ana Rita Gouveia Barata - 41605 - MIEI
Mark: 11.5/16 (total score: 11.5/16)

+7/1/48+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

**DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | ■ | 0 |
| 1 | ■ | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| ■ | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | ■ |
| 6 | 6 | ■ | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Ana Rita Gouveia Barata

Número: 41605 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

---

**Questão 1** Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos $A$ e $B$ de $X$.

2/2

- [x] a $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] b $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [ ] c $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [ ] d $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

**Questão 2** Qualquer que seja o conjunto finito $X$ de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em $X$:

0/2

- [x] a Nenhuma é injectiva.
- [ ] b Nenhuma é sobrejectiva.
- [ ] c Todas são injectivas.
- [ ] d Todas são sobrejectivas.

**Questão 3** Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] a $f$ é sobrejectiva e $g$ é injectiva.
- [ ] b $g$ é bijectiva .
- [x] c $f$ é injectiva e $g$ é sobrejectiva.
- [ ] d $f$ é bijectiva.

**Questão 4** Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] a Nenhuma das aplicações é invertível.
- [x] b Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] c Apenas uma das aplicações é invertível.
- [ ] d Quatro das aplicações são invertíveis.

**Questão 5** Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [x] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

**Questão 6** Considere o conjunto $\Delta$ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [ ] b $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [x] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.

**Questão 7** Sendo $\Delta$ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

-0.5/2

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [x] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [ ] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

**Questão 8** A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde $P$ é uma propriedade):

2/2

- [ ] a $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] b $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] c $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [x] d $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

**Questão 9**
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\ f(n) = 2n + 1$.

**Questão 10**
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento $w$ de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em $w$.

Ana Sofia Korovaeva Pinto Simões - 41608 - MIEI
Mark: 11/16 (total score: 11/16)

+519/1/44+

Departamento de Matemática — Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL

Matemática Discreta — 07/05/2014 — 2º Teste

**DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: Ana Sofia Simões

Número: 41608 Curso: MiEi

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

---

**Questão 1** Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos $A$ e $B$ de $X$.

-0.5/2

- a $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- b $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- ■ $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- ☒ $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.

**Questão 2** Qualquer que seja o conjunto finito $X$ de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em $X$:

-0.5/2

- a Nenhuma é sobrejectiva.
- b Todas são injectivas.
- ■ Todas são sobrejectivas.
- ☒ Nenhuma é injectiva.

**Questão 3** Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

2/2

- a $f$ é sobrejectiva e $g$ é injectiva.
- b $g$ é bijectiva .
- c $f$ é bijectiva.
- ■ $f$ é injectiva e $g$ é sobrejectiva.

**Questão 4** Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- ■ Apenas duas aplicações são invertíveis.
- b Nenhuma das aplicações é invertível.
- c Apenas uma das aplicações é invertível.
- d Quatro das aplicações são invertíveis.

**Questão 5** Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [x] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

**Questão 6** Considere o conjunto $\Delta$ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [x] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset\}$.

**Questão 7** Sendo $\Delta$ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- [x] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

**Questão 8** A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde $P$ é uma propriedade):

2/2

- [x] a $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] b $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] c $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] d $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

**Questão 9**
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

**Questão 10**
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento $w$ de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em $w$.

André Filipe Fernandes Ramos - 42808 - MIEI
Mark: 13.5/16 (total score: 13.5/16)

+379/1/24+

Departamento de Matemática | Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
Matemática Discreta | 07/05/2014 | 2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: André Filipe Fernandes Ramos

Número: 42808 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

---

**Questão 1** Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos $A$ e $B$ de $X$.

2/2

- [ ] a $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [ ] b $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [x] c $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] d $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.

**Questão 2** Qualquer que seja o conjunto finito $X$ de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em $X$:

2/2

- [x] a Nenhuma é injectiva.
- [ ] b Nenhuma é sobrejectiva.
- [ ] c Todas são sobrejectivas.
- [ ] d Todas são injectivas.

**Questão 3** Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] a $g$ é bijectiva .
- [ ] b $f$ é sobrejectiva e $g$ é injectiva.
- [ ] c $f$ é bijectiva.
- [x] d $f$ é injectiva e $g$ é sobrejectiva.

**Questão 4** Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] a Apenas uma das aplicações é invertível.
- [ ] b Nenhuma das aplicações é invertível.
- [x] c Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] d Quatro das aplicações são invertíveis.

2/2

**Questão 5** Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

- [x] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

2/2

**Questão 6** Considere o conjunto $\Delta$ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [x] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] b $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.

-0.5/2

**Questão 7** Sendo $\Delta$ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [x] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [x] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

2/2

**Questão 8** A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde $P$ é uma propriedade):

- [ ] a $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [ ] b $[P(0) \land \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [x] c $[P(0) \land \forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.
- [ ] d $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0 \, P(n)$.

**Questão 9**
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0 \, f(n) = 2n + 1$.

**Questão 10**
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento $w$ de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em $w$.

André Filipe dos Reis Rodrigues - 42893 - MIEI
Mark: 11/16 (total score: 11/16)

+174/1/14+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | ■ | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | ■ |
| ■ | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | ■ | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | ■ | 9 |

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: André Rodrigues

Número: 42893 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão. Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

---

**Questão 1** Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos $A$ e $B$ de $X$.

-0.5/2

- ☐ $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- ■ $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- ☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- ☒ $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.

**Questão 2** Qualquer que seja o conjunto finito $X$ de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em $X$:

2/2

- ☐ Nenhuma é sobrejectiva.
- ☐ Todas são sobrejectivas.
- ☐ Todas são injectivas.
- ■ Nenhuma é injectiva.

**Questão 3** Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

2/2

- ☐ $g$ é bijectiva .
- ☐ $f$ é sobrejectiva e $g$ é injectiva.
- ■ $f$ é injectiva e $g$ é sobrejectiva.
- ☐ $f$ é bijectiva.

**Questão 4** Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- ■ Apenas duas aplicações são invertíveis.
- ☐ Quatro das aplicações são invertíveis.
- ☐ Nenhuma das aplicações é invertível.
- ☐ Apenas uma das aplicações é invertível.

**Questão 5** Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [x] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

**Questão 6** Considere o conjunto $\Delta$ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [x] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset\}$.

**Questão 7** Sendo $\Delta$ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [ ] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [x] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

**Questão 8** A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde $P$ é uma propriedade):

-0.5/2

- [ ] a $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] b $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [x] c $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] d $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

**Questão 9**
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

**Questão 10**
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento $w$ de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em $w$.

André Manuel Brazão Pontes - 42845 - MIEI
Mark: 13.5/16 (total score: 13.5/16)

+110/1/22+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | ■ | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| ■ | 4 | 4 | ■ | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | ■ |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | ■ | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: André Manuel Brazão Pontes

Número: 42845 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

---

**Questão 1** Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos $A$ e $B$ de $X$.

2/2

- [ ] a $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [x] b $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] c $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [ ] d $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

**Questão 2** Qualquer que seja o conjunto finito $X$ de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em $X$:

-0.5/2

- [x] a Nenhuma é sobrejectiva.
- [ ] b Nenhuma é injectiva.
- [ ] c Todas são injectivas.
- [ ] d Todas são sobrejectivas.

**Questão 3** Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] a $g$ é bijectiva .
- [ ] b $f$ é sobrejectiva e $g$ é injectiva.
- [ ] c $f$ é bijectiva.
- [x] d $f$ é injectiva e $g$ é sobrejectiva.

**Questão 4** Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] a Apenas uma das aplicações é invertível.
- [ ] b Quatro das aplicações são invertíveis.
- [ ] c Nenhuma das aplicações é invertível.
- [x] d Apenas duas aplicações são invertíveis.

**Questão 5** Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [x] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

**Questão 6** Considere o conjunto $\Delta$ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [x] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.

**Questão 7** Sendo $\Delta$ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- [x] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [ ] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

**Questão 8** A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde $P$ é uma propriedade):

2/2

- [x] a $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] b $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] c $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] d $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

**Questão 9**
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

**Questão 10**
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento $w$ de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em $w$.

André Milho Costa - 43720 - MIEI
Mark: 11/16 (total score: 11/16)

+162/1/38+

**Departamento de Matemática** **Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL**
**Matemática Discreta** **07/05/2014** **2º Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: André Milho Costa

Número: 43720 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

---

**Questão 1** Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos $A$ e $B$ de $X$.

-0.5/2

- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [x] $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [ ] $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

**Questão 2** Qualquer que seja o conjunto finito $X$ de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em $X$:

-0.5/2

- [ ] Todas são sobrejectivas.
- [ ] Nenhuma é injectiva.
- [ ] Nenhuma é sobrejectiva.
- [x] Todas são injectivas.

**Questão 3** Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] $f$ é bijectiva.
- [x] $f$ é injectiva e $g$ é sobrejectiva.
- [ ] $f$ é sobrejectiva e $g$ é injectiva.
- [ ] $g$ é bijectiva .

**Questão 4** Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] Quatro das aplicações são invertíveis.
- [x] Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] Apenas uma das aplicações é invertível.
- [ ] Nenhuma das aplicações é invertível.

**Questão 5** Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- ☐ a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- ☒ c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- ☐ b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- ☐ d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

**Questão 6** Considere o conjunto $\Delta$ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- ☐ a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- ☒ c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- ☐ b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- ☐ d $\Delta = \{\emptyset\}$.

**Questão 7** Sendo $\Delta$ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- ☒ a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- ☐ c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- ☐ b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- ☐ d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

**Questão 8** A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde $P$ é uma propriedade):

2/2

- ☐ a $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ☐ b $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ☒ c $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ☐ d $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

**Questão 9**
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

**Questão 10**
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento $w$ de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em $w$.

André Ricardo Nascimento Guerreiro - 41680 - MIEI
Mark: 4.5/16 (total score: 4.5/16)

+235/1/12+



DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | ■ |
| 1 | ■ | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| ■ | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | ■ | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | ■ | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: André Guerreiro

Número: 41680 Curso: MIEI

**Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.**
**Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).**

---

**Questão 1** Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos $A$ e $B$ de $X$.

-0.5/2

- [ ] a $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] c $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [x] b $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [ ] d $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.

**Questão 2** Qualquer que seja o conjunto finito $X$ de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em $X$:

-0.5/2

- [x] a Todas são sobrejectivas.
- [ ] c Nenhuma é injectiva.
- [ ] b Nenhuma é sobrejectiva.
- [ ] d Todas são injectivas.

**Questão 3** Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] a $g$ é bijectiva .
- [ ] c $f$ é sobrejectiva e $g$ é injectiva.
- [x] b $f$ é injectiva e $g$ é sobrejectiva.
- [ ] d $f$ é bijectiva.

**Questão 4** Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] a Nenhuma das aplicações é invertível.
- [x] c Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] b Apenas uma das aplicações é invertível.
- [ ] d Quatro das aplicações são invertíveis.

**Questão 5** Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

0/2

☐ a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

☒ b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

☐ c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

☐ d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

**Questão 6** Considere o conjunto $\Delta$ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

0/2

☐ a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.

☒ b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.

☐ c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.

☐ d $\Delta = \{\emptyset\}$.

**Questão 7** Sendo $\Delta$ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

☐ a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

☐ b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

☐ c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

☒ d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

**Questão 8** A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde $P$ é uma propriedade):

-0.5/2

☐ a $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

■ b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

☐ c $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

☒ d $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

**Questão 9**
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

**Questão 10**
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento $w$ de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em $w$.

André Simão Pereira Catela - 42643 - MIEI
Mark: 11/16 (total score: 11/16)

+105/1/32+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: André Simão Pereira Catela

Número: 42643 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

---

**Questão 1** Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos $A$ e $B$ de $X$.

-0.5/2

- ☒ $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- ☐ $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- ☐ $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- ■ $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.

**Questão 2** Qualquer que seja o conjunto finito $X$ de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em $X$:

2/2

- ☐ Todas são sobrejectivas.
- ☐ Nenhuma é sobrejectiva.
- ■ Nenhuma é injectiva.
- ☐ Todas são injectivas.

**Questão 3** Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

2/2

- ■ $f$ é injectiva e $g$ é sobrejectiva.
- ☐ $f$ é sobrejectiva e $g$ é injectiva.
- ☐ $g$ é bijectiva .
- ☐ $f$ é bijectiva.

**Questão 4** Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- ☐ Quatro das aplicações são invertíveis.
- ■ Apenas duas aplicações são invertíveis.
- ☐ Apenas uma das aplicações é invertível.
- ☐ Nenhuma das aplicações é invertível.

**Questão 5** Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [x] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

**Questão 6** Considere o conjunto $\Delta$ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [ ] b $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [x] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.

**Questão 7** Sendo $\Delta$ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

-0.5/2

- [x] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [ ] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

**Questão 8** A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde $P$ é uma propriedade):

2/2

- [ ] a $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] b $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [x] c $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] d $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

**Questão 9**
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

**Questão 10**
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento $w$ de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em $w$.

André Tiago Marques Malafaia - 42999 - MIEI
Mark: 13.5/16 (total score: 13.5/16)

+312/1/38+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL
07/05/2014
2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | ■ | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| ■ | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | ■ | ■ | ■ |

← Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: André Tiago Marques Malafaia

Número: 42999 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

---

**Questão 1** Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos $A$ e $B$ de $X$.

-0.5/2

- [ ] $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [x] $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [x] $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.

**Questão 2** Qualquer que seja o conjunto finito $X$ de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em $X$:

2/2

- [x] Nenhuma é injectiva.
- [ ] Todas são sobrejectivas.
- [ ] Nenhuma é sobrejectiva.
- [ ] Todas são injectivas.

**Questão 3** Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] $f$ é sobrejectiva e $g$ é injectiva.
- [ ] $g$ é bijectiva .
- [ ] $f$ é bijectiva.
- [x] $f$ é injectiva e $g$ é sobrejectiva.

**Questão 4** Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] Quatro das aplicações são invertíveis.
- [x] Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] Apenas uma das aplicações é invertível.
- [ ] Nenhuma das aplicações é invertível.

**Questão 5** Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- ☐ a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- ☒ b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- ☐ c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- ☐ d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

**Questão 6** Considere o conjunto $\Delta$ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- ☒ a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- ☐ b $\Delta = \{\emptyset\}$.
- ☐ c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- ☐ d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.

**Questão 7** Sendo $\Delta$ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- ☐ a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- ☐ b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- ☒ c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- ☐ d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.

**Questão 8** A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde $P$ é uma propriedade):

2/2

- ☐ a $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ☐ b $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ☒ c $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- ☐ d $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

**Questão 9**
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

**Questão 10**
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento $w$ de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0, 1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em $w$.

André de Carvalho Lameirinhas - 43753 - MIEI
Mark: 13.5/16 (total score: 13.5/16)

+20/1/22+

Departamento de Matemática
Matemática Discreta

Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL

07/05/2014

2º Teste

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: André de Carvalho Lameirinhas

Número: 43753 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

---

**Questão 1** Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos $A$ e $B$ de $X$.

2/2

- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [x] $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [ ] $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.

**Questão 2** Qualquer que seja o conjunto finito $X$ de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em $X$:

-0.5/2

- [ ] Nenhuma é injectiva.
- [x] Todas são injectivas.
- [ ] Nenhuma é sobrejectiva.
- [ ] Todas são sobrejectivas.

**Questão 3** Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g o f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] $f$ é sobrejectiva e $g$ é injectiva.
- [ ] $f$ é bijectiva.
- [ ] $g$ é bijectiva .
- [x] $f$ é injectiva e $g$ é sobrejectiva.

**Questão 4** Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [ ] Quatro das aplicações são invertíveis.
- [ ] Nenhuma das aplicações é invertível.
- [x] Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] Apenas uma das aplicações é invertível.

2/2

**Questão 5** Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [x] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

2/2

**Questão 6** Considere o conjunto $\Delta$ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [x] b $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset\}$.

2/2

**Questão 7** Sendo $\Delta$ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

- [x] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.

2/2

**Questão 8** A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde $P$ é uma propriedade):

- [ ] a $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [x] c $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] d $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

**Questão 9**

Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

**Questão 10**

Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento $w$ de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em $w$.

André de Padua Pereira - 43115 - MIEI
Mark: 13.5/16 (total score: 13.5/16)



**Departamento de Matemática** — **Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL**

**Matemática Discreta** — **07/05/2014** — **2º Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: André de Pádua Pereira

Número: 43115 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

---

**Questão 1** Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos $A$ e $B$ de $X$.

2/2

- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.
- [ ] $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [x] $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [ ] $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.

**Questão 2** Qualquer que seja o conjunto finito $X$ de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em $X$:

-0.5/2

- [ ] Todas são injectivas.
- [ ] Nenhuma é sobrejectiva.
- [ ] Nenhuma é injectiva.
- [x] Todas são sobrejectivas.

**Questão 3** Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

2/2

- [x] $f$ é injectiva e $g$ é sobrejectiva.
- [ ] $g$ é bijectiva .
- [ ] $f$ é sobrejectiva e $g$ é injectiva.
- [ ] $f$ é bijectiva.

**Questão 4** Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1,2\}$ no conjunto $Y = \{a,b\}$.

2/2

- [ ] Apenas uma das aplicações é invertível.
- [ ] Quatro das aplicações são invertíveis.
- [ ] Nenhuma das aplicações é invertível.
- [x] Apenas duas aplicações são invertíveis.

**Questão 5** Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [x] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

**Questão 6** Considere o conjunto $\Delta$ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [ ] b $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [x] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.

**Questão 7** Sendo $\Delta$ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\ominus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\ominus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- [ ] a $\ominus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [x] b $\ominus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

**Questão 8** A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde $P$ é uma propriedade):

2/2

- [ ] a $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [x] b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] c $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] d $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

**Questão 9**
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

**Questão 10**
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento $w$ de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em $w$.

André dos Reis Martins Rijo - 42744 - MIEI
Mark: 13.5/16 (total score: 13.5/16)

+220/1/42+

**Departamento de Matemática** **Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL**
**Matemática Discreta** **07/05/2014** **2º Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: André dos Reis Martins Rijo

Número: 42744 Curso: MIEI

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

---

**Questão 1** Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos $A$ e $B$ de $X$.

-0.5/2

- [x] $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- [x] $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- [ ] c $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- [ ] d $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.

**Questão 2** Qualquer que seja o conjunto finito $X$ de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em $X$:

2/2

- [ ] a Todas são injectivas.
- [ ] b Todas são sobrejectivas.
- [ ] c Nenhuma é sobrejectiva.
- [x] Nenhuma é injectiva.

**Questão 3** Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

2/2

- [ ] a $g$ é bijectiva .
- [ ] b $f$ é bijectiva.
- [ ] c $f$ é sobrejectiva e $g$ é injectiva.
- [x] $f$ é injectiva e $g$ é sobrejectiva.

**Questão 4** Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

2/2

- [x] Apenas duas aplicações são invertíveis.
- [ ] b Nenhuma das aplicações é invertível.
- [ ] c Quatro das aplicações são invertíveis.
- [ ] d Apenas uma das aplicações é invertível.

**Questão 5** Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

2/2

- [x] $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

**Questão 6** Considere o conjunto $\Delta$ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

2/2

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [x] $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.
- [ ] d $\Delta = \{\emptyset\}$.

**Questão 7** Sendo $\Delta$ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

2/2

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [ ] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.
- [x] $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.

**Questão 8** A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde $P$ é uma propriedade):

2/2

- [ ] a $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [x] $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] c $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] d $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

**Questão 9**
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

**Questão 10**
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento $w$ de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em $w$.

Antonio Amores de Figueiredo - 43018 - MIEC
Mark: 4.5/16 (total score: 4.5/16)

+414/1/14+

**Departamento de Matemática** **Faculdade de Ciências e Tecnologia — UNL**

**Matemática Discreta** **07/05/2014** **2º Teste**

DURAÇÃO DO TESTE: 50 MINUTOS

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

⟵ Marque o seu número de aluno preenchendo completamente os quadrados respectivos da grelha ao lado (■) e escreva o nome completo, o número e o curso abaixo.

Nome: António Amores de Figueiredo

Número: 43018 Curso: MIEC

Para cada questão 1-8 existe uma e apenas uma resposta certa. Marque a resposta certa preenchendo completamente o quadrado respectivo (■) com caneta azul ou preta. Cada resposta certa vale 2 valores. Cada resposta errada desconta 0,5 valores. Marcações múltiplas anulam a questão.
Não se esqueça de resolver as questões 9 e 10 (respostas abertas — 2 valores cada).

---

**Questão 1** Qualquer que seja a aplicação $f : X \to Y$ e quaisquer que sejam os subconjuntos $A$ e $B$ de $X$.

-0.5/2

- a $A \cap B = f^{-1}(f(A)) \cap f^{-1}(f(B))$.
- b $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$.
- c $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- d $A \cap B = f^{-1}(f(A \cap B))$.

**Questão 2** Qualquer que seja o conjunto finito $X$ de cardinalidade superior a 1 , das aplicações de $\mathcal{P}(X)$ em $X$:

-0.5/2

- a Todas são injectivas.
- b Nenhuma é sobrejectiva.
- c Todas são sobrejectivas.
- d Nenhuma é injectiva.

**Questão 3** Quaisquer que sejam as aplicações $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, se $g \circ f$ é bijectiva então:

2/2

- a $f$ é bijectiva.
- b $g$ é bijectiva .
- c $f$ é sobrejectiva e $g$ é injectiva.
- d $f$ é injectiva e $g$ é sobrejectiva.

**Questão 4** Considere todas as aplicações do conjunto $X = \{1, 2\}$ no conjunto $Y = \{a, b\}$.

-0.5/2

- a Apenas uma das aplicações é invertível.
- b Quatro das aplicações são invertíveis.
- c Apenas duas aplicações são invertíveis.
- d Nenhuma das aplicações é invertível.

**Questão 5** Considere a aplicação $f : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4,5\}$ definida por $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
A aplicação $g \circ f$ é invertível se $g : \{1,2,3,4,5\} \to \{1,2,3,4\}$ é a aplicação definida por:

- [ ] a $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- [ ] b $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- [ ] c $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.
- [x] d $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

2/2

**Questão 6** Considere o conjunto $\Delta$ definido indutivamente pelas regras

1. $\emptyset \in \Delta$
2. $A \in \Delta \Rightarrow \{A\} \in \Delta$.

- [ ] a $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}, \cdots\}$.
- [ ] b $\Delta = \{\emptyset\}$.
- [ ] c $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cdots\}$.
- [x] d $\Delta = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \cdots\}$.

0/2

**Questão 7** Sendo $\Delta$ o conjunto definido na questão anterior, considere a função $\oplus : \Delta \times \Delta \to \Delta$ definida pelas equações: $\oplus(A, \emptyset) = A$ e $\oplus(A, \{B\}) = \{\oplus(A, B)\}$.

- [ ] a $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \emptyset$.
- [ ] b $\oplus(A, \{\emptyset\}) = A$.
- [x] c $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{A\}$.
- [ ] d $\oplus(A, \{\emptyset\}) = \{\emptyset, A\}$.

0/2

**Questão 8** A indução sobre $\mathbb{N}_0$ pode ser formulada como se segue (onde $P$ é uma propriedade):

- [ ] a $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] b $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [x] c $[P(0) \wedge \forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.
- [ ] d $\forall n \in \mathbb{N}_0\, (P(n+1) \Rightarrow P(n)) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}_0\, P(n)$.

2/2

**Questão 9**
Seja $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ a função definida recursivamente por

$$f(0) = 1 \quad \text{e} \quad f(n+1) = 2 + f(n).$$

Mostre que $\forall n \in \mathbb{N}_0\, f(n) = 2n + 1$.

**Questão 10**
Escreva equações que definam recursivamente a função $zeros : \mathbb{W} \to \mathbb{N}_0$ que a cada elemento $w$ de $\mathbb{W}$ (i.e. a cada palavra no alfabeto $\{0,1\}$) faz corresponder o número de vezes que 0 (zero) ocorre em $w$.