2017/2018	Ficha Prática 7 - Integrais Triplos	AM2E

93. Calcule o valor dos seguintes integrais triplos:

a. $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\pi}\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\pi}\int_{0}^{2} z\cos(x+y)dzdydx$ **b.** $\displaystyle\int_{0}^{1}\int_{-1}^{1}\int_{0}^{3} \frac{zx^3}{1+y^2}dxdydz$

c. $\displaystyle\int_{0}^{1}\int_{0}^{1-x}\int_{0}^{1-x-y} zdzdydx$ **d.** $\displaystyle\int_{0}^{1}\int_{0}^{1}\int_{0}^{\sqrt{1-z^2}} ze^x dydzdx$

94. Recorrendo a um integral triplo apropriado, calcule:

a. O volume do sólido limitado pelo cilindro de equação $\frac{1}{4}x^2 + y^2 = 1$ e pelos planos de equação $z = 1$ e $x + z = 5$;
b. O volume do sólido limitado pelos paraboloídes de equação $z = 5x^2 + 5y^2$ e $z = 6 - 7x^2 - y^2$;
c. A massa do sólido do primeiro octante, com função densidade $d(x, y, z) = z$, limitado pelo cilindro de equação $y^2 + z^2 = 1$ e pelo plano $y = x$.
d. As coordenadas do centro de massa de um cilindro circular de raio a e de altura h, cuja densidade num dado ponto é proporcional à distância entre esse ponto e uma das bases do cilindro;

95. Coordenadas cilíndricas

a. Calcule o momento de inércia de um cilindro circular homogéneo de raio a e altura h em relação ao seu eixo de simetria.
b. Calcule o volume do sólido do primeiro octante interior ao cilindro de equação $x^2 + y^2 = 4$ e limitado pelo parabolóide de equação $z = 9 - x^2 - y^2$.
c. Calcule o volume e o centro de massa do sólido homogéneo limitado pelo plano de equação $z = 0$, pelo hemisfério $z = \sqrt{25 - x^2 - y^2}$ e interior ao cilindro $x^2 + y^2 = 9$.

96. Coordenadas esféricas

a. Calcule o momento de inércia do sólido homogéneo compreendido entre as esferas centradas na origem de raios r e R $(0 < r < R)$, relativamente ao eixo OZ.

b. Calcule o volume do elipsoíde de equação $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} + \dfrac{z^2}{c^2} = 1$.

c. Calcule o volume e o centro de massa do sólido homogéneo limitado superiormente pela esfera de equação $x^2+y^2+z^2 = 16$ e inferiormente pelo cone de equação $z^2 = x^2+y^2$.

d. Calcule o volume do sólido limitado pela esfera de equação $x^2 + y^2 + z^2 = 4a^2$ e pelos planos de equação $z = 0$ e $z = a$ $(a > 0)$.

97. Calcule $\displaystyle\iiint_G xyz\,dxdydz$, onde $G = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \, : \, x^2 + y^2 + z^2 = 4\}$, utilizando:

a. Coordenadas cartesianas;
b. Coordenadas cilíndricas;
c. Coordenadas esféricas.