

An´alise Matem´atica I

1o Teste — 26 de Outubro de 2016

Enunciado B

O Teste comp˜oe-se de 5 quest˜oes de escolha m´ultipla e 3 de resposta aberta. Em cada uma das quest˜oes de escolha m´ultipla apenas uma das al´ıneas ´e correcta. Determine-a e assinale-a no quadrado reservado para o efeito na folha de respostas.

Dura¸c˜ao: 1H 30M.

Cota¸c˜ao: Nas quest˜oes de escolha m´ultipla, as respostas certas valem 1 valor cada e as respostas erradas descontam 0, 2 cada (n˜ao se desconta caso n˜ao haja resposta). A cota¸c˜ao total do teste ´e de 20 valores.

Considere os conjuntos A e B definidos por

A =

Seja C = A ∪ B.

x ∈ R : x = 2 +(−1)n n, n ∈ N

e B = ] − 3, 2[ \{0}.

1. Qual das seguintes afirma¸c˜oes ´e verdadeira?

(a) sup(C) = 52e min(C) = −3. (b) sup(C) = 52e inf(C) = −3.

(c) max(C) = 52e max(B) = 2. (d) min(C) = −3 e min(A) = 1.

2. O conjunto S dos pontos isolados e o derivado de C s˜ao (a) S = A e C′ = [−3, 2].

(b) S =

x ∈ R : x = 2 +12n, n ∈ Ne C′ = [−3, 2] \ {0}.

(c) S = A e C′ = [−3, 2] \ A.

(d) S =

x ∈ R : x = 2 +12n, n ∈ Ne C′ = [−3, 2].

3. Qual o interior e a fronteira de C?

(a) int(C) = ] − 3, 2[ e fr(C) = {−3, 2} ∪ A.

(b) int(C) = ] − 3, 2[ \{0} e fr(C) = {−3, 0, 2} ∪

x ∈ R : x = 2 +12n, n ∈ N.

(c) int(C) = ] − 3, 2[ e fr(C) = {−3, 2} ∪

x ∈ R : x = 2 +12n, n ∈ N.

(d) int(C) = ] − 3, 2[ \{0} e fr(C) = {−3, 0, 2} ∪ A. 1

4. Seja D o dom´ınio da fun¸c˜ao real de vari´avel real, f, definida por

arcsen

1

|x + 1|

 √4 − x~~2~~

arctg (2x) + ~~π~~4.

Qual a fronteira de D?

f(x) =

(a) {−2, −1, 0, 2}. (b) {−2, −1, −12, 2}.

(c) {−2, 0, 2}. (d) {−2, −12, 2}.

5. Sejam D ⊂ R um subconjunto fechado e (xn) uma sucess˜ao convergente de elementos de D. Qual das seguintes afirma¸c˜oes ´e verdadeira?

(a) A sucess˜ao (xn) n˜ao tem subsucess˜oes convergentes.

(b) O limite de (xn) pertence a D.

(c) A sucess˜ao (xn) ´e mon´otona e limitada.

(d) A sucess˜ao (xn) n˜ao ´e limitada, mas tem subsucess˜oes limitadas.

QUESTOES DE RESPOSTA ABERTA ˜

1. Calcule, se existir, o valor dos seguintes limites:

(a) [2.5 val.] lim

4n + 3 4n + 1

 4n−1 ;

(b) [2.5 val.] lim

2Xn+2 k=3

√n + 3

k +~~√~~5n~~3~~ + 2.

2. Considere a sucess˜ao definida por

(

u1 = 2

un+1 = (n + 1)un − n2 + 1, ∀n ∈ N.

(a) [3.0 val.] Utilizando o Princ´ıpio de Indu¸c˜ao Matem´atica prove que

un = n! + n, ∀n ∈ N.

(b) [2.0 val.] Recorrendo `a al´ınea anterior calcule lim √n ~~u~~n. 3. Considere a fun¸c˜ao real de vari´avel real definida por



f(x) =

(x − 2)2sen

1

x2 − 4x + 4

, se x < 2



log(x2 − x − 2) − log(x2 − 2x), se x > 2.

(a) [1.5 val.] Determine o dom´ınio de f.

(b) [2.0 val.] Estude a continuidade de f no seu dom´ınio.

(c) [1.5 val.] Averig´ue se ´e poss´ıvel prolongar f por continuidade a x = 2. Justifique. 2