FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA
Departamento de Matemática

Análise Matemática I (B, C, D e E)

3º Teste — 29 de Maio de 2013

1. Determine uma primitiva de cada uma das seguintes funções:

   (a) **[1.5 val.]** $x\cos(x)$;

   (b) **[2.0 val.]** $x^3\, e^{x^2}$.

2. Calcule o valor dos seguintes integrais:

   a) **[2.0 val.]** $\displaystyle\int_0^2 \frac{x+2}{x^2-3x-4}\,dx$;

   b) **[2.5 val.]** $\displaystyle\int_0^4 \frac{x+2}{x^2+16}\,dx$.

3. **[2.5 val.]** Utilize uma substituição conveniente, para mostrar que,

$$\int_1^2 \frac{3x}{1+\sqrt[3]{3x+2}}\,dx = \int_{\sqrt[3]{5}}^2 \frac{t^5-2t^2}{1+t}\,dt.$$

4. **[3.0 val.]** Usando a substituição $\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right)=t$ calcule o valor do integral

$$\int_0^{\pi/2} \frac{1}{1+\cos(x)+\operatorname{sen}(x)}\,dx.$$

5. **[3.0 val.]** Determine a área do domínio plano limitado pelos gráficos das funções

$$f(x)=x^3+x^2-4 \ \text{ e } \ g(x)=x^3-x+8,$$

   e as rectas $x=0$ e $x=4$.

6. **[1.5 val.]** Calcule a derivada da função $F:\mathbb{R}^+\to\mathbb{R}$ definida por

$$F(x)=\int_1^x \frac{\operatorname{sen}(t)}{\sqrt{t}}\,dt.$$

   Justifique a sua resposta.

7. **[2.0 val.]** Calcule o valor do seguinte integral impróprio:

$$\int_1^{+\infty} \frac{x}{(x^2+1)^4}\,dx.$$

v.s.f.f.

Expressão	Substituição
$f(x)=R(x^{\frac{m}{n}},x^{\frac{p}{q}},\ldots,x^{\frac{r}{s}})$	$x=t^{\mu},\quad \mu=\text{m.m.c.}\{n,q,\ldots,s\}$
$f(x)=R\left(x,\left(\frac{a\,x+b}{c\,x+d}\right)^{\frac{m}{n}},\left(\frac{a\,x+b}{c\,x+d}\right)^{\frac{p}{q}},\ldots,\left(\frac{a\,x+b}{c\,x+d}\right)^{\frac{r}{s}}\right)$	$\dfrac{a\,x+b}{c\,x+d}=t^{\mu}$ $\mu=\text{m.m.c.}\{n,q,\ldots,s\}$
$\sqrt{a^2-x^2}$	$x=a\,\text{sen}(t)$ ou $x=a\,\cos(t)$
$\sqrt{x^2-a^2}$	$x=a\sec(t)$ ou $x=a\,\text{cosec}(t)$
$f(x)=R(\text{sen}(x),\cos(x))$	$\text{tg}(\frac{x}{2})=t$
$f(x)=R(e^x)$	$e^x=t$