FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA
Departamento de Matemática

ANÁLISE MATEMÁTICA I
1º semestre de 2016/2017

Ficha 8 - Funções Reais de Variável Real
Primitivas Imediatas

1. Determine as primitivas das funções definidas pelas expressões analíticas seguintes:

(a) $5x^4 + 2x^2 + 3$;

(b) ax^5, a constante não nula;

(c) $-\dfrac{3}{2x^2} + \dfrac{5}{x} + \dfrac{2}{\sqrt{x}}$;

(d) $\dfrac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}}$;

(e) $\cos(6x)$;

(f) $\operatorname{sen}(2x-3)$;

(g) $\dfrac{3x}{5+x^2}$;

(h) $2x\sqrt[3]{x^2+3}$;

(i) $\dfrac{x}{\sqrt{x^2+9}}$;

(j) $\cos(x) - 5e^{2x}$;

(k) $\dfrac{x}{2x^2+5} + \cos(2x)$;

(l) $\dfrac{1}{\sqrt{1-5x^2}}$;

(m) $\operatorname{sen}(x)\cos^2(x)$;

(n) $\dfrac{\operatorname{sen}(x)}{1+2\cos(x)} + \dfrac{1}{\operatorname{sen}^2(x)}$;

(o) $\left(\cos^2(x) + 2\cos(x)\right)\operatorname{sen}(x)$;

(p) $\dfrac{kx}{a+bx^2}$, $k \neq 0$, $ab \neq 0$;

(q) $\operatorname{sen}^3(x) + x$;

(r) $\dfrac{\log|x|}{x}$;

(s) $(e^x+1)^3$;

(t) $\dfrac{1}{x\log(x)}$;

(u) $x^2\operatorname{sen}(x^3)$.

2. Calcule as primitivas das funções definidas pelas seguintes expressões analíticas:

(a) $\dfrac{e^x}{1+e^{2x}}$;

(b) $\dfrac{1}{\cos^2(x)\left(1+\operatorname{tg}(x)\right)}$;

(c) $\operatorname{sen}^2\left(\dfrac{x}{2}\right)\cos\left(\dfrac{x}{2}\right)$;

(d) $\dfrac{6x-2}{\sqrt[3]{1-2x+3x^2}}$;

(e) $(x^2+1)\sqrt{x^3+3x}$;

(f) $e^{\operatorname{tg}(x)}\sec^2(x)$;

(g) $\dfrac{-x^2}{\sqrt{1-3x^6}}$;

(h) $\dfrac{\operatorname{sen}(2x)}{1+\operatorname{sen}^2(x)}$;

(i) $\dfrac{\cos\left(\frac{x}{3}\right)}{\operatorname{sen}^{5/3}\left(\frac{x}{3}\right)}$;

(j) $\dfrac{3}{\operatorname{sen}^2\left(\frac{x}{2}\right)} + \dfrac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$;

(k) $\operatorname{cotg}^3\left(\dfrac{x}{6}\right) + \operatorname{cotg}\left(\dfrac{x}{6}\right)\operatorname{cosec}^2\left(\dfrac{x}{6}\right)$;

(l) $\dfrac{\cos(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}$;

(m) $\dfrac{1}{x\sqrt{1+\log x}}$;

(n) $\dfrac{1}{\sqrt{x}\left(1+2\sqrt{x}\right)}$;

(o) $\dfrac{e^x}{1-2e^x}$;

(p) $\dfrac{1}{\operatorname{sen}^2(2x)}$;

(q) $\big(3\cos^3(x) - 7\cos^2(x) - 1\big)\operatorname{sen}(x)$;

(r) $\sqrt{\dfrac{\operatorname{arcsen}(x)}{1-x^2}}$;

(s) $\dfrac{\operatorname{arcsen}(x) + x}{\sqrt{1-x^2}}$;

(t) $\dfrac{\sqrt[5]{2+\operatorname{arctg}(x)}}{1+x^2}$;

(u) $\operatorname{sen}(2x)\sqrt{1+3\cos^2(x)}$;

(v) $3\,e^x\operatorname{sen}^2(e^x)\cos(e^x)$.

3. Mostre que a função f real de variável real definida no intervalo $[0, 8]$ por

$$f(x) = \begin{cases} |x-3|, & \text{se } 0 \leq x \leq 6 \\ x^2 - 5x - 3, & \text{se } 6 < x \leq 8 \end{cases}$$

é contínua. Determine a primitiva de f que se anula para $x = 0$.

4. (a) Determine todas as funções f tais que $f'''(x) = \dfrac{1}{(x-1)^3}$.
   (b) De entre as funções que determinou na alínea anterior determine aquelas para as quais se tem $f''(2) = 0$.

5. Seja $k \in \mathbb{R}$. Determine todas as funções f tais que $f'''(x) = 6x + 2e^{-2x} - 1$, $f''(0) = 1$ e $f'(0) + f(0) = k$.

6. Determine a função f tal que $f''(x) = \dfrac{8}{(x+1)^3}$, $f'(1) = -1$ e $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 1$.